

1° compitino di Fisica 1 (Matematici)

10 Novembre 2006

1. Un proiettile viene sparato verso l'alto dal punto $x = y = z = 0$ con velocità $\vec{v}_0$ con componenti nel piano $y = 0$ ($v_{0y} = 0$) e ritorna sul piano orizzontale $z = 0$ in un punto con ascissa positiva, con velocità $\vec{v} = (v_0/\sqrt{3}, ?, ?)$. (v_0 è noto, $\vec{v}_0$ no).

1a) Determinare le coordinate x e y del punto di arrivo del proiettile sul piano $z = 0$ e le componenti v_y e v_z della velocità in detto punto.

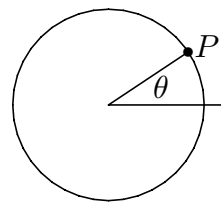
1b) Determinare la massima altezza $\bar{z}$ raggiunta dal proiettile, il tempo $\bar{t}$ impiegato a raggiungerlo e la velocità $\vec{v}'$ in detto punto.

2. Un punto materiale P di massa m , vincolato a muoversi su una retta orizzontale (asse x), è soggetto alla forza

$$F_x = \begin{cases} -kx, & (k > 0) \\ 0 & \end{cases} \quad \begin{array}{ll} \text{per} & -a \leq x \leq a \\ \text{per} & |x| > a. \end{array}$$

2a) Il punto materiale parte da $x = 0$ con velocità $v_0 = 2a\omega$ ($\omega = \sqrt{k/m}$). Dire se P supera il punto $x = a$: in caso affermativo determinare la velocità di P per $x > a$, altrimenti determinare l'ampiezza delle oscillazioni.

3. Un punto materiale P di massa m si muove su una circonferenza di raggio R soggetto alla forza tangenziale $F(\theta) = -kR\theta$, $k > 0$ (molla a spirale).

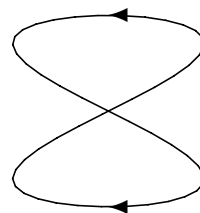


3a) Se il punto P parte dalla posizione $\theta = \pi/2$ con velocità nulla, determinare l'accelerazione vettoriale $\vec{a}$ quando passa per il punto $\theta = 0$.

4. La legge oraria di un punto materiale P di massa m è $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$, $\vec{r}(t) \equiv \overline{OP(t)}$.

4a) Calcolare il momento della quantità di moto $\vec{L}_O$ e utilizzare il risultato per calcolare la minima distanza d del punto P dal polo O .

5. Un punto materiale P di massa m in un opportuno campo di forza descrive la traiettoria riportata nella figura accanto.



5a) Dire se il campo di forza può essere un opportuno campo centrale.

Soluzioni del compitino di Fisica 1 del 10 Novembre 2006

1.

1a) Preso l'asse z verso l'alto:

$$v_y = 0, \quad v_z = -\sqrt{\frac{2}{3}} v_0 = -v_{0z}; \quad x = \frac{2v_{0x}v_{0z}}{g} = \frac{2\sqrt{2}v_0^2}{3g}, \quad y = 0.$$

$$1b) \quad \bar{z} = v_{0z}^2/2g = v_0^2/3g; \quad \bar{t} = v_{0z}/g = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_0}{g}; \quad \vec{v}' = (v_{0x}, 0, 0) = (v_0/\sqrt{3}, 0, 0).$$

2.

2a) Per $|x| \leq a$ $x(t) = 2a \sin \omega t$, $\dot{x}(t) = 2a\omega \cos \omega t$; raggiunge il punto $x = a$ quando $\sin \omega t = 1/2$, quindi con velocità $v = 2a\omega \sqrt{3}/4 = a\omega\sqrt{3}$ che mantiene per $x > a$.

3.

3a) $\theta(t) = (\pi/2) \cos \omega t$ ($\omega = \sqrt{k/m}$). Nell punto $\theta = 0$ L'accelerazione tangenziale è nulla ($F(0) = 0$), e la velocità è $v = R\dot{\theta}(0) = R\omega \pi/2$, quindi $\vec{a} = (v^2/R)\hat{n} = (R\omega^2 \pi^2/4)\hat{n}$ ($\hat{n}$ versore verso il centro).

4.

4a) $\vec{L}_O$ è costante, quindi $\vec{L}_O = m\vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0$, $|\vec{L}_O| = mdv_0 \Rightarrow d = |\vec{r}_0 \wedge \hat{v}_0|$.

5.

5a) No: comunque si prenda il polo sul piano della traiettoria, il momento della quantità di moto non resta costante dato che il moto si svolge parte in senso orario e parte in senso antiorario.