

**Problema 1**

Un baule di massa  $M$  viene spinto con una forza  $\mathbf{F}$  costante (da considerarsi nota) su una rampa inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto al piano orizzontale. Sapendo che il baule sale la rampa a velocità costante e che la forza  $\mathbf{F}$  è parallela alla rampa stessa, determinare:

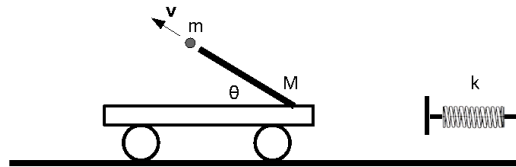
- 1) la risultante delle forze esercitate sul baule;
- 2) il modulo e le componenti della forza di contatto esercitata dalla rampa;
- 3) il lavoro totale compiuto sul baule lungo uno spostamento  $L$ ;
- 4) il lavoro compiuto dalla forza di contatto nello stesso tratto  $L$ .

**Problema 2**

Due navicelle spaziali di massa  $M$ , lontane da qualunque corpo celeste, viaggiano affiancate e con la stessa velocità  $\mathbf{v}$ . Ad un certo istante una delle due navicelle accende i razzi che esercitano una forza costante  $\mathbf{F}$  orientata ortogonalmente a  $\mathbf{v}$ . Determinare:

- 1) la traiettoria seguita dalla navicella con i razzi accesi;
- 2) la distanza tra le due navicelle dopo un intervallo di tempo  $\Delta t$  dall'accensione dei razzi.

**Problema 3**

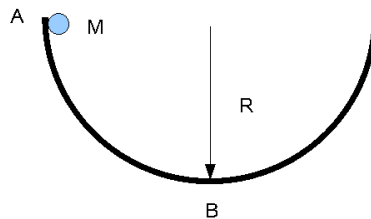


Si consideri il sistema mostrato in figura in cui un cannone, inclinato di un angolo  $\theta$  rispetto al piano orizzontale, è posto su un carrello libero di muoversi e inizialmente in quiete. La massa complessiva del carrello e del cannone è  $M$ . Il cannone spara un proiettile di massa  $m$  con velocità  $\mathbf{v}$ . La molla ideale mostrata in figura ha costante elastica  $k$ . Determinare:

- 1) la massima compressione della molla;
- 2) la velocità finale del sistema carrello+cannone dopo che ha urtato con la molla.

Trascurare l'attrito e la resistenza dell'aria.

**Problema 4** Una guida semicircolare di raggio  $R$  è disposta verticalmente come mostrato in figura.



Un corpo di massa  $M$ , inizialmente in quiete nel punto A, viene lasciato cadere lungo la guida. Determinare:

- 1) la reazione vincolare nel punto B;
- 2) la reazione vincolare nel punto di massima altezza raggiunto dal corpo.

La guida è fissa e gli attriti trascurabili.

## Soluzioni

### Problema I

- 1) Il baule si muove con velocità costante quindi la risultante delle forze esercitate è nulla.
- 2) Sia  $\mathbf{R}$  la forza di contatto. Per quanto detto al punto 1, si ha

$$\mathbf{R} + \mathbf{F} + m\mathbf{g} = \mathbf{0}$$

quindi, se si prendono l'asse  $x$  parallelo al piano orizzontale e l'asse  $y$  parallelo alla verticale, si ottiene

$$\mathbf{F} = (F\cos\theta, F\sin\theta), \quad m\mathbf{g} = m(0, -g)$$

quindi

$$\mathbf{R} = (R_x, R_y) = (-F\cos\theta, mg - F\sin\theta), \quad \|\mathbf{R}\| = (F^2 + m^2g^2 - 2mgF\sin\theta)^{1/2}$$

se invece si prendono gli assi  $x$  e  $y$  parallelo e, rispettivamente, ortogonale alla rampa le componenti della forza di contatto sono:

$$\mathbf{R} = (R_{x'}, R_{y'}) = (mg\sin\theta - F, mg\cos\theta)$$

3) L'energia cinetica del baule non cambia, quindi grazie al teorema delle forze vive si può affermare che il lavoro totale compiuto sul baule deve essere nullo.

- 4) Il lavoro  $W_R$  compiuto dalla forza di contatto nel tratto  $L$  si può calcolare direttamente

$$W_R = \int_0^L \mathbf{R} \cdot d\mathbf{s} = R_{x'}L = (mg\sin\theta - F)L$$

### Problema II

1) La navicella con i razzi accesi è soggetta ad una forza costante e quindi si muove di moto uniformemente accelerato e la traiettoria è una parabola giacente sul piano determinato da  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{F}$ . Quindi, prendendo l'asse  $x$  parallelo e concorde con  $\mathbf{v}$  e l'asse  $y$  parallelo e concorde con  $\mathbf{F}$  e prendendo l'origine nel punto in cui si trova la navicella nell'istante in cui accende i razzi, l'equazione della traiettoria è

$$y = \frac{1}{2} \frac{F}{mv^2} x^2$$

2) La componente  $v_x$  della velocità della navicella con i razzi accesi rimane costante e uguale a  $v$ , quindi le due navicelle continuano ad avere la componente  $x$  della posizione uguale. Di conseguenza la distanza tra le due navicelle dopo un intervallo di tempo  $\Delta t$  dall'accensione dei razzi è

$$D = d + y(\Delta t) = d + \frac{1}{2} \frac{F}{m} (\Delta t)^2$$

dove  $d$  è la distanza iniziale tra le due navicelle.

### Problema III

1) L'asse  $x$  sia parallelo al suolo e orientato verso sinistra. La componente  $P_X$  della quantità di moto del sistema costituito dal carrello e dal proiettile si conserva durante lo sparo ed è uguale a zero, dato che inizialmente il sistema era in quiete. Quindi la velocità del carrello  $\mathbf{V}$  subito dopo lo sparo è

$$\mathbf{V} = -\frac{m}{M} v \cos\theta \hat{\mathbf{x}}$$

e la sua energia cinetica

$$K_{in} = \frac{1}{2} MV^2 = \frac{(m v \cos\theta)^2}{2M}$$

La massima compressione  $\Delta x_{max}$  della molla si ottiene dalla conservazione dell'energia

$$\Delta x_{max} = \sqrt{\frac{M}{k}} V = \frac{m v \cos\theta}{\sqrt{Mk}}$$

2) Poiché l'energia si conserva, l'energia cinetica finale del carrello dopo aver urtato con la molla è uguale a quella iniziale  $K_{in}$  e quindi  $V_{fin}=V$ , naturalmente cambia il verso:

$$\mathbf{V}_{fin} = \frac{m}{M} v \cos\theta \hat{\mathbf{x}}$$

#### Problema IV

1) La velocità nel punto B si ottiene banalmente dalla conservazione dell'energia

$$v_B = \sqrt{2gR}$$

La reazione vincolare nel punto B  $\mathbf{N}_B$  si ottiene immediatamente applicando la seconda legge di Newton e considerando solo la componente radiale

$$N = M \left( g + \frac{v_B^2}{R} \right) = 3Mg$$

2) Nel punto di massima altezza il corpo raggiunge la posizione diametralmente opposta al punto di partenza A e  $N=0$