

Prova scritta di FISICA

PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA B e C (ord. 270)
10.06.2010

Esercizio A: Meccanica

Un aeroplano giocattolo (di massa complessiva m_a) ha un motore che gli permette di muoversi con una velocità costante di modulo v_a .

Viene legato al soffitto con una corda di lunghezza L e il suo motore viene avviato. In queste condizioni, sotto l'azione della forza di gravità, si muove su una traiettoria piana circolare orizzontale, con la corda che forma un angolo θ con la verticale.

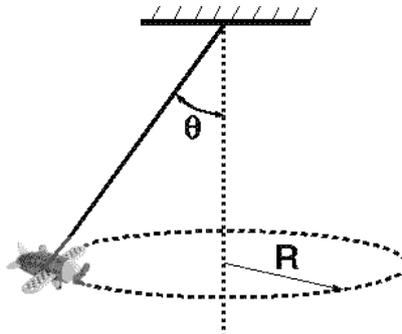
Domanda n. 1: Calcolare la relazione che esprime la tensione T della corda in funzione di m_a e θ .

Domanda n. 2: Calcolare la relazione che esprime la dipendenza dell'angolo θ da v_a e L .

Domanda n. 3: Utilizzando i valori numerici $v_a = 2.4 \text{ m/s}$ e $L = 1.46 \text{ m}$, calcolare l'angolo θ .

Domanda n. 4: Calcolare (nelle stesse condizioni) la tensione della corda, supponendo $m_a = 0.75 \text{ kg}$.

Domanda n. 5: Se la tensione massima che la corda può esercitare sull'aeroplano è 10 volte quella trovata al punto precedente, calcolare l'angolo massimo che l'aeroplano può arrivare ad avere, e qual è la velocità necessaria.



Esercizio B: Elettrostatica

Si consideri il sistema costituito da una sfera conduttrice piena, di raggio R_1 , e da una sfera cava conduttrice, di spessore trascurabile e raggio R_2 , concentriche e con $R_2 > R_1$. Sulla sfera piena è distribuita una carica Q_1 e su quella cava una carica Q_2 . Calcolare:

Domanda n. 6: il campo elettrico (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio;

Domanda n. 7: il potenziale dei due conduttori.

Una carica q di massa m parte da ferma dalla superficie della sfera piena e viene accelerata sotto l'azione del campo elettrostatico.

Domanda n. 8: Calcolare la velocità con cui arriva sulla sfera cava, assumendo i seguenti valori numerici: $q = 0.1 \mu\text{C}$, $m = 1 \text{ mg}$, $R_1 = 10 \text{ cm}$, $R_2 = kR_1 = 6R_1$, $Q_1 = 100 \mu\text{C}$, $Q_2 = 300 \mu\text{C}$.

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

Le forze agenti sull'aeroplano sono la forza peso mg (diretta verso il basso) e la tensione T , che forma un angolo θ con la verticale.

Risposta alla domanda n. 1: La componente verticale di T equilibra la forza peso, per cui:

$$T \cos \theta = m_a g$$

Risposta alla domanda n. 2: La traiettoria seguita dall'aeroplano richiede una accelerazione centripeta di modulo

$$a_c = \frac{v^2}{L \sin \theta}$$

che deriva dalla componente orizzontale di T . Si ha pertanto:

$$\begin{aligned} g \tan \theta &= \frac{v^2}{L \sin \theta} \\ \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} &= \frac{v^2}{gL} \end{aligned}$$

Ponendo

$$x = \frac{v^2}{gL}$$

si ottiene

$$\cos^2 \theta + x \cos \theta - 1 = 0$$

che può essere risolta facilmente; la soluzione fisica valida è:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\sqrt{x^2 + 4} - x}{2} \\ \theta &= \arccos \left[\frac{\sqrt{x^2 + 4} - x}{2} \right] \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 3: Sostituendo i valori dati si ha:

$$\theta = 0.611 \text{ rad} = 35^\circ$$

Risposta alla domanda n. 4:

$$T = 8.98 \text{ N}$$

Risposta alla domanda n. 5:

$$\begin{aligned} \theta_n &= 1.49 \text{ rad} = 85.3^\circ \\ v_n &= 13.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Esercizio B: Elettrostatica

Risposta alla domanda n. 6: Il campo elettrico è nullo all'interno della sfera conduttrice ($r < R_1$), mentre tra la sfera e la corona sferica ($R_1 < r < R_2$) è

$$\mathbf{E} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

e all'esterno è:

$$\mathbf{E} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Risposta alla domanda n. 7: Assumendo un potenziale nullo all'infinito, il potenziale della sfera cava è

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 + Q_2}{R_2}$$

e quello della sfera piena

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2} \right)$$

Risposta alla domanda n. 8: La conservazione dell'energia permette di eguagliare l'energia cinetica acquistata dalla carica con la differenza di energia potenziale:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= U_{in} - U_{fin} = q(V_1 - V_2) \\ &= q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2} - \frac{Q_1 + Q_2}{R_2} \right) \\ v &= \sqrt{\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{m} \frac{Q_1}{R_1} \frac{k-1}{k}} \\ &= 1.22 \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$