

Prova scritta di FISICA

PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)
28.04.2011

Esercizio A: Meccanica

Una navicella spaziale di massa $m = 200 \text{ kg}$ si muove su un'orbita circolare attorno alla Terra con velocità $v_1 = 6200 \text{ m/s}$.

Sapendo che la massa e il raggio della Terra sono, rispettivamente, $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ e $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ determinare:

Domanda n. 1: a quale quota h_1 dalla superficie terrestre orbita la navicella spaziale;

Domanda n. 2: il periodo orbitale T_1 .

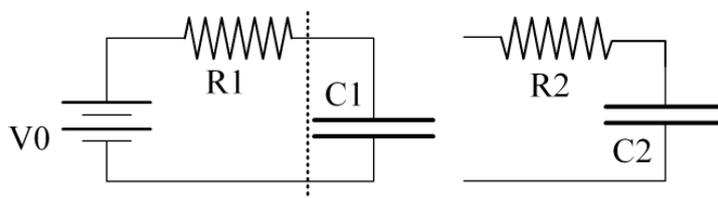
Ad un certo istante la navicella spaziale accende i razzi e si sposta su un'altra orbita circolare tale che il nuovo periodo orbitale è $T_2 = 8T_1$. Calcolare:

Domanda n. 3: il raggio della nuova orbita R_2 ;

Domanda n. 4: il modulo della velocità v_2 nella nuova orbita;

Domanda n. 5: il lavoro compiuto dai razzi per spostare la navicella dall'orbita iniziale a quella finale.

Esercizio B: Elettromagnetismo



Il circuito elettrico mostrato nella parte sinistra della figura viene collegato, in modo da caricare il condensatore $C_1 = 10 \mu\text{F}$. I valori dei componenti sono: sorgente di tensione $V_0 = 20 \text{ V}$ e resistenza $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$.

Domanda n. 6: Calcolare la costante tempo caratteristica di carica di C_1 .

Domanda n. 7: Calcolare la carica presente (a regime) su ciascuna piastra del condensatore C_1 .

Domanda n. 8: Calcolare l'energia immagazzinata (a regime) nel condensatore C_1 .

Dopo che il circuito è arrivato ad uno stato stazionario, il condensatore C_1 viene disconnesso dal circuito di sinistra e connesso a quello di destra. Il condensatore C_2 (inizialmente scarico) si carica per effetto delle cariche provenienti da C_1 . I valori dei componenti del nuovo circuito sono: resistenza $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, condensatore $C_2 = 5 \mu\text{F}$. Dopo che il nuovo circuito è arrivato ad uno stato stazionario:

Domanda n. 9: calcolare la carica presente su ciascuna piastra del del condensatore C_2 ;

Domanda n. 10: calcolare la tensione presente ai capi della resistenza R_2 ;

Domanda n. 11: calcolare la tensione presente ai capi del condensatore C_2 ;

Domanda n. 12: calcolare l'energia complessiva dissipata sulla resistenza R_2 .

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

Risposta alla domanda n. 1: Dato che la navicella si muove di moto circolare uniforme, applicando la seconda legge di Newton si ottiene

$$\frac{GM_T m}{(R_T + h_1)^2} = m \frac{v_1^2}{R_T + h_1}$$

da cui segue la quota h_1

$$h_1 = \frac{GM_T}{v_1^2} - R_T = 4.006 \times 10^6 m$$

Risposta alla domanda n. 2: Il periodo orbitale è:

$$T_1 = \frac{2\pi(R_T + h_1)}{v_1} = \frac{2\pi GM_T}{v_1^3} = 10516 s$$

Risposta alla domanda n. 3: Dalla terza legge di Keplero segue che

$$R_2 = \left(\frac{GM_T T_2^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

da cui

$$R_2 = (R_T + h_1) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{2/3} = 4(R_T + h_1) = 4.15 \times 10^7 m$$
$$h_2 = 3R_T + 4h_1 = 3.51 \times 10^7 m$$

Risposta alla domanda n. 4: Per la velocità si ha:

$$v_2^2 = \frac{GM_T}{R_2} = \frac{GM_T}{4(R_T + h_1)}$$
$$v_2 = \frac{v_1}{2} = 3100 m/s$$

Risposta alla domanda n. 5: Il lavoro compiuto dai razzi è uguale alla variazione di energia meccanica della navicella nel passare dall'orbita di raggio $R_T + h_1$ a quella di raggio R_2 :

$$W = E_2 - E_1 = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{GM_T m}{R_2} \right) - \left(\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{GM_T m}{R_T + h_1} \right) = 2.883 \times 10^9 J$$

Esercizio B: Elettromagnetismo

Risposta alla domanda n. 6:

$$\tau = R_1 C_1 = 10^3 10^{-5} = 0.01 s$$

Risposta alla domanda n. 7:

$$Q_0 = C_1 V_0 = 10^{-5} 20 = 2 \times 10^{-4} \text{ C}$$

Risposta alla domanda n. 8:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C_1 V_0^2 = \frac{1}{2} 10^{-5} 20^2 = 2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Risposta alla domanda n. 9: Il circuito formato dai due condensatori e dalla resistenza passa dalla situazione iniziale in cui un solo condensatore è carico a quella stazionaria in cui entrambi sono carichi, non scorre più nessuna corrente e la differenza di potenziale ai capi dei due condensatori è la stessa. Per la conservazione della carica, la carica Q_0 presente su una piastra del condensatore C_1 si è ripartita tra C_1 e C_2 :

$$\begin{aligned} Q_0 &= Q_1 + Q_2 \\ \frac{Q_2}{C_2} &= \frac{Q_1}{C_1} \\ Q_1 &= \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q_0 = \frac{2}{3} Q_0 \\ Q_2 &= \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0 = \frac{1}{3} Q_0 \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 10:

$$V_R = 0$$

Risposta alla domanda n. 11:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 = \frac{Q_2}{C_2} \\ V_2 &= \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_0 = \frac{2}{3} V_0 \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 12: L'energia dissipata corrisponde alla differenza tra l'energia finale immagazzinata nei due condensatori e quella iniziale (vedi sopra) cambiata di segno:

$$\Delta \mathcal{E} = - \left(\frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_1^2 \right) + \frac{1}{2} C_1 V_0^2 = \frac{1}{2} C_1 V_0^2 \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{3} \mathcal{E}$$