Prova scritta di FISICA
PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)
20.07.2011

Esercizio A: Meccanica

Un atleta di massa $m = 80\ kg$ salta da un trampolino posto sopra una piscina. Grazie al trampolino e ai muscoli delle gambe, il centro di massa dell'atleta si stacca dal trampolino ad una altezza $h = 3\ m$ rispetto alla superficie dell'acqua con velocità iniziale di modulo $v_i = 6\ m/s$, diretta in modo da formare un angolo $\gamma = 70°$ rispetto all'orizzontale.

Nelle risposte indicare sia l'espressione algebrica sia il valore numerico.

Domanda n. 1: Determinare l'altezza massima rispetto alla superficie dell'acqua che il centro di massa dell'atleta raggiunge.

Domanda n. 2: Determinare il modulo della velocità minima che il centro di massa dell'atleta possiede in aria durante il tuffo.

Domanda n. 3: Determinare il modulo della velocità che il centro di massa dell'atleta possiede quando raggiunge l'acqua.

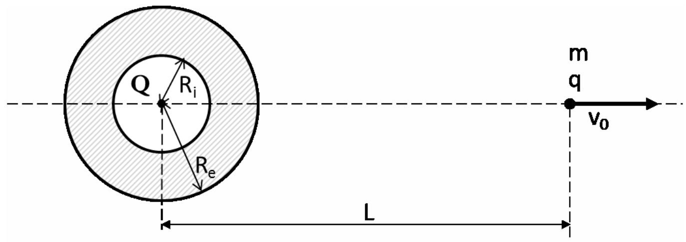
Dopo essere entrato in acqua, l'atleta viene frenato: sapendo che il lavoro complessivo delle forze esercitate dall'acqua sull'atleta in acqua è $L_d = -5700\ J$,

Domanda n. 4: trovare la profondità d raggiunta dall'atleta.

Se la densità media relativa dell'atleta rispetto all'acqua è $\rho = 0.85$,

Domanda n. 5: calcolare il lavoro eseguito dalle sole forze di galleggiamento sull'atleta prima che si arresti.

Domanda n. 6: calcolare il lavoro eseguito dalle rimanenti forze (di attrito) sull'atleta prima che si arresti.



Esercizio B: Elettromagnetismo

Una carica puntiforme $Q = -5\ \mu C$ è tenuta fissa al centro di un guscio sferico conduttore di spessore uniforme, con raggio esterno $R_e = 0.2\ m$ e raggio interno $R_i = 0.1\ m$. Il guscio sferico all'istante iniziale non è stato caricato. Tutto il sistema è all'equilibrio.

Nelle risposte indicare sia l'espressione algebrica sia il valore numerico.

Domanda n. 7: Determinare il campo elettrico in ogni punto dello spazio. Disegnare un grafico approssimativo del valore del modulo del campo elettrico ad ogni distanza r dalla posizione occupata dalla carica fissa.

Domanda n. 8: Determinare la densità di carica sulle superfici interna ed esterna del guscio.

Domanda n. 9: Determinare il potenziale del campo elettrico in ogni punto dello spazio.

All'istante iniziale un corpo di dimensioni trascurabili, massa $m = 0.2\ kg$, e carica $q = 1\ \mu C$, viene lanciato da una posizione a distanza $L = 2\ m$ dal centro del guscio sferico con velocità iniziale di modulo v_0 in direzione radiale e verso opposto alla congiungente le due cariche. Si trascuri l'effetto della forza peso agente sul proiettile.

Domanda n. 10: Calcolare qual è la minima velocità iniziale v_0 che deve possedere il corpo affinché esso si possa allontanare a distanza infinita dal guscio sferico.

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

In tutto il problema il riferimento per l'energia potenziale gravitazionale viene preso sulla superficie dell'acqua.

Risposta alla domanda n. 1: Applicando la conservazione dell'energia, si ha:

$$h_{max} = h + \frac{v_i^2 \sin^2 \gamma}{2g} = 4.62\ m$$

Risposta alla domanda n. 2: La velocità minima corrisponde alla componente orizzontale:

$$v_{min} = v_i \cos \gamma = 2.05\ m/s$$

Risposta alla domanda n. 3:

$$\frac{1}{2} m v_a^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_i^2$$
$$v_a = \sqrt{v_i^2 + 2gh} = 9.74\ m/s$$

Risposta alla domanda n. 4: Applicando la conservazione dell'energia, utilizzando la grandezza d con segno positivo, e tenendo conto del lavoro L_d si ha:

$$\begin{aligned}
E_{in} &= U_i + K_i = mgh + \frac{1}{2} m v_i^2 \\
E_{fin} &= U_f + K_f = -mgd \\
L_d &= E_{fin} - E_{in} = -mgd - mgh - \frac{1}{2} m v_i^2 \\
d &= \frac{-mgh - \frac{1}{2} m v_i^2 - L_d}{mg} = -h - \frac{v_i^2}{2g} - \frac{L_d}{mg} = 2.43\ m
\end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 5: Le forze di galleggiamento F_g sono costanti e compiono il lavoro L_g:

$$F_g = \rho_f g V = \frac{m}{\rho} g$$
$$L_g = -\frac{m}{\rho} g d = -2242\ J$$

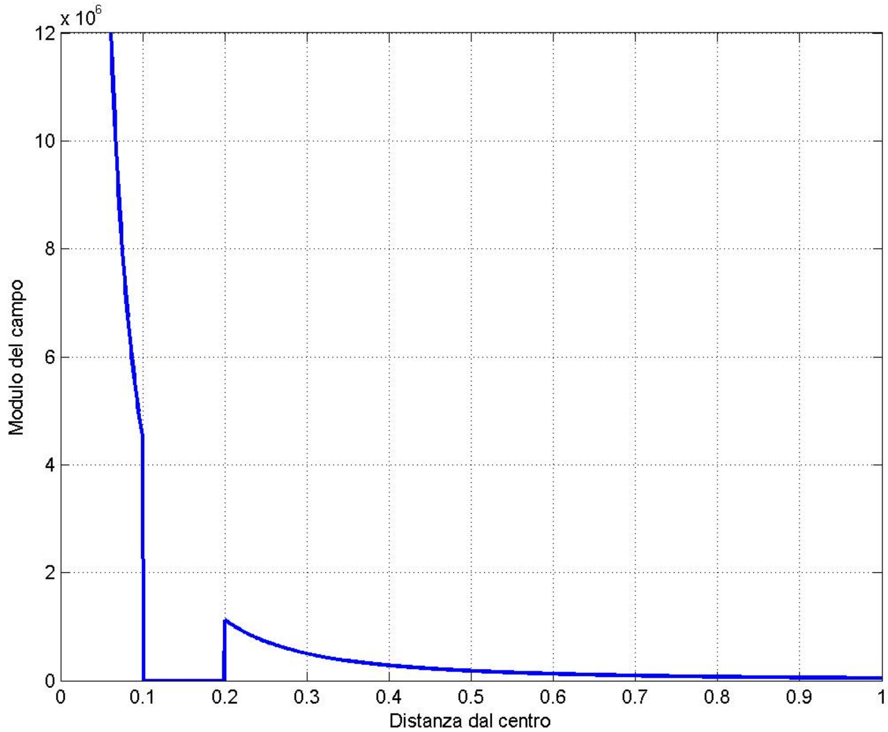
Risposta alla domanda n. 6: Dal bilancio energetico complessivo si ha:

$$L_v = L_d - L_g = mgd \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) - mgh - \frac{1}{2} m v_i^2 = -3458\ J$$

Esercizio B: Elettromagnetismo

Risposta alla domanda n. 7: Il campo elettrico all'interno del conduttore deve essere nullo. Il conduttore si polarizza: sulla superficie interna si crea una distribuzione superficiale di carica totale in modulo uguale a Q ma di segno opposto (quindi positiva), mentre sulla superficie esterna si crea una distribuzione superficiale di carica totale uguale a Q. Per il modulo del campo elettrico sia ha:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} & \text{per } r < R_i \\ 0 & \text{per } R_i < r < R_e \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} & \text{per } R_e < r \end{cases}$$



Risposta alla domanda n. 8:

$$\sigma_i = -\frac{Q}{4\pi R_i^2} = 3.98\ 10^{-5}\ C/m^2$$
$$\sigma_e = \frac{Q}{4\pi R_e^2} = -9.95\ 10^{-6}\ C/m^2$$

Risposta alla domanda n. 9: Per il principio di sovrapposizione il potenziale generato dalla distribuzione di cariche sopra determinata si calcola sommando algebricamente il potenziale generato dalle singole distribuzioni. Indicando rispettivamente con V_{se} e V_{si} il potenziale generato dalla superficie esterna ed interna del guscio, e con V_{cp} quello generato dalla carica puntiforme, dividendo lo spazio nelle tre regioni, si ha:

$$V_{se}(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R_e} & \text{per } r < R_i \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R_e} & \text{per } R_i < r < R_e \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} & \text{per } R_e < r \end{cases}$$

$$V_{si}(r) = \begin{cases} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R_i} & \text{per } r < R_i \\ -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} & \text{per } R_i < r < R_e \\ -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} & \text{per } R_e < r \end{cases}$$

$$V_{cp}(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} & \text{per } r < R_i \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} & \text{per } R_i < r < R_e \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} & \text{per } R_e < r \end{cases}$$

$$V_{tot}(r) = V_{se} + V_{si}V_{cp}$$

$$V_{tot}(r) = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left[\dfrac{1}{R_e} - \dfrac{1}{R_i} + \dfrac{1}{r}\right] & \text{per } r < R_i \\ \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{Q}{R_e} & \text{per } R_i < r < R_e \\ \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{Q}{r} & \text{per } R_e < r \end{cases}$$

Risposta alla domanda n. 10: Applicando la conservazione dell'energia, tenuto conto che l'energia potenziale è $U = qV_{tot}$ e che la velocità minima richiesta in L corrisponde ad una velocità nulla a distanza infinita, si ha:

$$E_{tot} = qV_{tot}(L) + \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$$

$$v_0 = \sqrt{-\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{m}\frac{qQ}{L}} = 0.47\ m/s$$