

**Prova scritta di FISICA**  
**PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)**  
**PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)**  
**PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)**  
**14.09.2011**

### **Esercizio A: Meccanica**

Un corpo puntiforme di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$ , inizialmente fermo nel punto più alto di un piano inclinato (lunghezza  $L = 10 \text{ m}$ , angolo rispetto all'orizzontale  $\alpha = 60^\circ$ , nessun attrito), viene lasciato libero di cadere.

**Domanda n. 1:** Determinare il modulo della velocità con cui  $m_1$  raggiunge la base del piano inclinato.

Alla fine del piano inclinato, il corpo prosegue su un tratto orizzontale (sempre privo di attrito), e urta un secondo corpo ( $m_2 = m_1$ , inizialmente fermo) in modo **parzialmente anelastico**; dopo l'urto, i due corpi proseguono nella stessa direzione rispettivamente con velocità  $v_1$  e  $v_2 = kv_1$ .

**Domanda n. 2:** Calcolare  $v_1$  e  $v_2$  in funzione del parametro  $k$ .

**Domanda n. 3:** Calcolare la perdita relativa di energia cinetica  $(K_i - K_f)/K_i$  in funzione del parametro  $k$ .

Si assuma ora  $k = 4$ . Il secondo corpo prosegue e inizia a risalire su un secondo piano inclinato (angolo rispetto all'orizzontale  $\beta = 30^\circ$ , coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.5$ ).

**Domanda n. 4:** Calcolare lo spazio  $L_2$  percorso dal secondo corpo prima di fermarsi sul piano inclinato.

Si supponga che il piano inclinato termini prima che il corpo si fermi: in questo caso il secondo corpo prosegue in aria, partendo dal punto terminale del piano inclinato con velocità  $v_f$ .

**Domanda n. 5:** Si calcoli il rapporto  $R$  tra la minima energia cinetica del corpo durante la caduta in aria e l'energia cinetica posseduta al momento del distacco dal piano inclinato.

### **Esercizio B: Elettromagnetismo**

Si consideri il sistema costituito da due solenoidi cilindrici ideali di lunghezza infinita e coassiali di raggi  $R_1$  e  $R_2$  (con  $R_1 > R_2$ ), numero di spire per unità di lunghezza  $n_1$  e  $n_2$  (con  $n_1 > n_2$ ), e percorsi da corrente  $i_1$  e  $i_2 = -i_1$ .

**Domanda n. 6:** Determinare il modulo  $B$  del campo magnetico in tutto lo spazio.

Una carica puntiforme  $q$  di massa  $m$  inizia a muoversi con velocità iniziale  $\mathbf{v}_0$  da un punto posto sull'asse dei solenoidi.

Determinare:

**Domanda n. 7:** come cambia nel tempo il modulo della velocità della carica e la traiettoria descritta se la velocità iniziale è parallela all'asse;

**Domanda n. 8:** il raggio e il passo della traiettoria elicoidale se la velocità iniziale è inclinata di un angolo  $\phi$  rispetto all'asse;

**Domanda n. 9:** il valore massimo  $v_0$  del modulo della velocità iniziale (nel caso in cui sia inclinata di un angolo  $\phi$  rispetto all'asse) affinché la carica non urti contro il solenoide interno;

**Domanda n. 10:** l'accelerazione (modulo, direzione e verso) della carica, trascurando l'attrito dell'aria.

# Soluzioni

## Esercizio A: Meccanica

**Risposta alla domanda n. 1:** Applicando la conservazione dell'energia meccanica, per la velocità  $v_b$  con cui il primo corpo raggiunge la base del piano inclinato si ha:

$$E = m_1gh = \frac{1}{2}mv_b^2$$
$$v_b = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gL \sin \alpha} = 13 \text{ m/s}$$

**Risposta alla domanda n. 2:** Nell'urto si conserva la quantità di moto totale; imponendo le relazioni tra  $v_2$  e  $v_1$  e tra le masse, si ha:

$$m_1v_b = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$v_b = (1 + k)v_1$$
$$v_1 = \frac{1}{1 + k}v_b$$
$$v_2 = \frac{k}{1 + k}v_b$$

**Risposta alla domanda n. 3:**

$$K_i = \frac{1}{2}m_1v_b^2$$
$$K_f = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1\frac{1}{(1 + k)^2}v_b^2 + \frac{1}{2}m_2\frac{k^2}{(1 + k)^2}v_b^2$$
$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{1 + k^2}{(1 + k)^2}$$
$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{2k}{(1 + k)^2}$$

**Risposta alla domanda n. 4:** Utilizzando  $k = 4$  si trova la velocità iniziale del secondo corpo al momento di risalire il secondo piano inclinato:

$$v_2 = \frac{4}{5}v_b = 10.4 \text{ m/s}$$

Per il bilancio energetico, tenuto conto del lavoro delle forze di attrito, si ha:

$$|F_a| = \mu mg \cos \beta$$
$$L_{attr} = -\mu mgL_2 \cos \beta$$
$$E_{in} = \frac{1}{2}m_2v_2^2$$
$$E_{fin} = m_2gL_2 \sin \beta$$
$$L_2 = \frac{v_2^2}{2g(\sin \beta + \mu \cos \beta)} = 5.9 \text{ m}$$

**Risposta alla domanda n. 5:** Nella caduta in aria, la minima energia cinetica si ha quando il corpo ha solo la componente orizzontale della velocità; indicando con  $v_f$  il modulo della velocità del secondo corpo al momento del distacco dal piano inclinato:

$$|v_{min}| = v_f \cos \beta$$
$$R = (\cos \beta)^2 = 0.75$$

## Esercizio B: Elettromagnetismo

**Risposta alla domanda n. 6:** All'interno di un solenoide il campo magnetico è uniforme e diretto parallelamente all'asse. In questo caso, si possono individuare tre regioni dello spazio, e per il modulo si ha:

$$\begin{cases} B = \mu_0 i_1 (n_1 - n_2) & \text{per } r < R_2 \\ B = \mu_0 n_1 i_1 & \text{per } R_2 < r < R_1 \\ B = 0 & \text{per } R_1 < r \end{cases}$$

**Risposta alla domanda n. 7:** Poiché la velocità iniziale della carica è parallela all'asse dei solenoidi e quindi al campo magnetico, la forza esercitata dal campo sulla carica è nulla, di conseguenza la carica si muove di moto rettilineo uniforme lungo l'asse con velocità  $\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{v}_0$ .

**Risposta alla domanda n. 8:** In questo caso la carica descrive una traiettoria elicoidale data dalla composizione di un moto rettilineo uniforme con velocità  $v_{\parallel} = v_0 \cos \phi$  nella direzione parallela all'asse e da un moto circolare uniforme perpendicolarmente all'asse di raggio

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv_0 \sin \phi}{q\mu_0 i_1 (n_1 - n_2)}$$

e periodo

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Il passo è la distanza percorsa lungo la direzione dell'asse nel tempo necessario a compiere una rotazione completa, e vale pertanto

$$\Delta x = v_{\parallel} T = \frac{2\pi}{\mu_0 q i_1 (n_1 - n_2)} \frac{mv_0 \cos \phi}{q}$$

**Risposta alla domanda n. 9:** Affinchè la carica non urti contro il solenoide interno, il raggio  $R$  calcolato nel punto precedente deve essere minore di  $R_2/2$ , da cui segue che

$$v_0 < \frac{R_2 q \mu_0 i_1 (n_1 - n_2)}{2m \sin \phi}$$

**Risposta alla domanda n. 10:** L'accelerazione della carica si ottiene utilizzando la forza di Lorentz

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

da cui segue che l'accelerazione è ortogonale all'asse dei solenoidi e diretta verso l'asse stesso (centripeta) con modulo costante

$$a = \frac{qv_0 \sin \phi \mu_0 i_1 (n_1 - n_2)}{m}$$