

Prova scritta di FISICA

PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)
(riservato a studenti lavoratori e fuori corso)
11.03.2013

Esercizio A: Meccanica

Due masse M e m , con $M > m$, sono collegate da un filo ideale che passa attraverso una carrucola fissata al soffitto (di massa trascurabile e priva di attrito); la massa m è collegata, nella sua parte inferiore, ad una molla di massa trascurabile e di costante elastica K , fissata al pavimento, come illustrato in figura. Il sistema è in equilibrio.

Si calcoli in funzione di M , m , K e g (modulo dell'accelerazione di gravità):

Domanda n. 1: l'allungamento della molla;

Domanda n. 2: il modulo della tensione della corda;

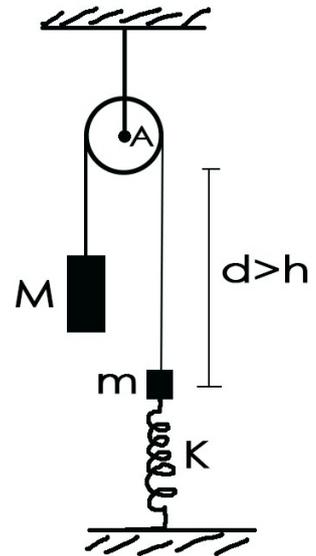
Domanda n. 3: la reazione del punto A di incernieramento della carrucola.

Ad un certo istante si taglia la molla in modo da liberare la massa m .

Si determini:

Domanda n. 4: l'accelerazione della massa M (modulo e verso);

Domanda n. 5: il modulo della velocità della massa m dopo che essa si è alzata di un tratto h dal momento del taglio della molla.



Esercizio B: Elettromagnetismo

Si consideri una corona sferica conduttrice di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2 (con $R_2 > R_1$), con carica totale nulla. Nel centro della corona sferica viene posta una carica puntiforme $q_1 > 0$.

Domanda n. 6: Determinare la densità di carica presente sulle due superfici (interna ed esterna) della corona.

Domanda n. 7: Determinare il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica concentrica con la corona e di raggio $R = 2R_2$.

Domanda n. 8: Determinare il campo elettrico (modulo, direzione e verso) in un punto a distanza $Y > R_2$ dal centro della corona sferica.

Domanda n. 9: Determinare il valore del potenziale elettrostatico in un punto a distanza $r = R_1/2$ dal centro della corona sferica (assumendo $V(\infty) = 0$).

Domanda n. 10: Utilizzando i valori $q_1 = 12\mu\text{C}$, $R_1 = 0.5$ m, $R_2 = 0.8$ m, $Y = 2.4$ m, calcolare i risultati numerici delle domande precedenti.

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

Risposta alla domanda n. 1: Consideriamo le forze agenti sul sistema (illustrate in figura), indichiamo con T il modulo della tensione del filo, con Δl il modulo dell'allungamento della molla e fissiamo il verso positivo antiorario lungo il filo stesso. In questo modo possiamo scrivere la legge di Newton per ciascuna delle due masse:

$$\begin{aligned} Mg - T &= 0 \\ T - mg - K \Delta l &= 0 \end{aligned}$$

da cui si ricava

$$\Delta l = \frac{(M - m)}{K} g$$

Risposta alla domanda n. 2:

$$T = Mg$$

Risposta alla domanda n. 3: Guardando il disegno si vede che sulla carrucola agiscono le due tensioni verso il basso e la reazione R verso l'alto, quindi:

$$\begin{aligned} R - 2T &= 0 \\ R &= 2T = 2Mg \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 4: Dopo il taglio della molla, la massa M inizia a scendere e la massa m a salire. Riscriviamo la seconda legge di Newton per ciascuna massa, come abbiamo fatto per la prima risposta, inserendo però l'accelerazione delle masse (il cui modulo è lo stesso per ambedue le masse, essendo il filo ideale) e senza l'azione della molla.

$$\begin{aligned} Mg - T &= Ma \\ T - mg &= ma \end{aligned}$$

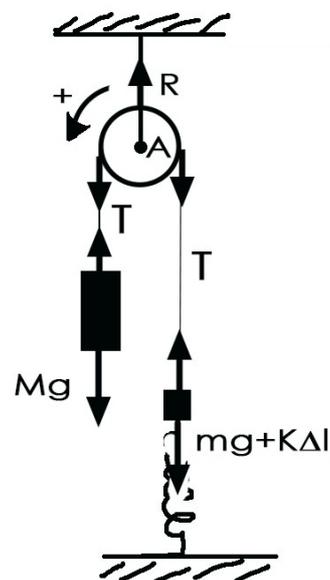
da cui il modulo dell'accelerazione delle due masse:

$$a = \frac{(M - m)}{M + m} g$$

diretta verso il basso.

Risposta alla domanda n. 5: Il sistema costituito dalle due masse conserva l'energia meccanica, poiché le tensioni fanno lavoro nullo sul sistema e la forza peso è una forza conservativa. Quindi, indicata con U_M l'energia potenziale iniziale (al momento del taglio della molla) della massa M e con U_m l'energia potenziale iniziale della massa m , la conservazione dell'energia meccanica, quando m è salita di h ed M è scesa di h , si scrive:

$$\begin{aligned} U_M + U_m &= \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} m v^2 + (U_M - Mgh) + (U_m + mgh) \\ v &= \sqrt{2 \frac{M - m}{M + m} gh} \end{aligned}$$



Esercizio B: Elettromagnetismo

Risposta alla domanda n. 6: La densità di carica sulla superficie interna si ottiene imponendo che il campo all'interno del conduttore sia nullo, quindi

$$q_{int} = -q_1$$
$$\sigma_{int} = -\frac{q_1}{4\pi R_1^2}$$

Imponendo che la carica totale sia nulla, si ha per la densità di carica sulla superficie esterna:

$$\sigma_{est} = +\frac{q_1}{4\pi R_2^2}$$

Risposta alla domanda n. 7: Il valore del flusso si ottiene banalmente applicando il teorema di Gauss:

$$\Phi(R = 2R_2) = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

Risposta alla domanda n. 8: Il modulo del campo vale:

$$E(Y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{Y^2}$$

la direzione è quella radiale (che unisce il centro della corona al punto) e il verso è quello uscente.

Risposta alla domanda n. 9:

$$V(x) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{x} \right] \quad \text{per } x < R_1$$
$$V\left(r = \frac{R_1}{2}\right) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right]$$

Risposta alla domanda n. 10:

$$\sigma_{int} = 3.82 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$
$$\sigma_{est} = 1.49 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$
$$\Phi = 1.36 \cdot 10^6 \text{ Jm/C}$$
$$E(Y) = 1.87 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$
$$V(r) = 3.51 \cdot 10^5 \text{ J/C}$$