

## Prova scritta di FISICA

PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)  
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)  
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)  
(riservato a studenti lavoratori e fuori corso)  
11.03.2013

### Esercizio A: Meccanica

Due masse  $M$  e  $m$ , con  $M > m$ , sono collegate da un filo ideale che passa attraverso una carrucola fissata al soffitto (di massa trascurabile e priva di attrito); la massa  $m$  è collegata, nella sua parte inferiore, ad una molla di massa trascurabile e di costante elastica  $K$ , fissata al pavimento, come illustrato in figura. Il sistema è in equilibrio.

Si calcoli in funzione di  $M$ ,  $m$ ,  $K$  e  $g$  (modulo dell'accelerazione di gravità):

**Domanda n. 1:** l'allungamento della molla;

**Domanda n. 2:** il modulo della tensione della corda;

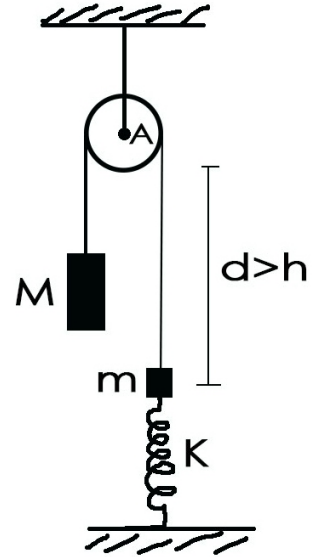
**Domanda n. 3:** la reazione del punto A di incernieramento della carrucola.

Ad un certo istante si taglia la molla in modo da liberare la massa  $m$ .

Si determini:

**Domanda n. 4:** l'accelerazione della massa  $M$  (modulo e verso);

**Domanda n. 5:** il modulo della velocità della massa  $m$  dopo che essa si è alzata di un tratto  $h$  dal momento del taglio della molla.



### Esercizio B: Elettromagnetismo

Si consideri una corona sferica conduttrice di raggio interno  $R_1$  e raggio esterno  $R_2$  (con  $R_2 > R_1$ ), con carica totale nulla. Nel centro della corona sferica viene posta una carica puntiforme  $q_1 > 0$ .

**Domanda n. 6:** Determinare la densità di carica presente sulle due superfici (interna ed esterna) della corona.

**Domanda n. 7:** Determinare il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica concentrica con la corona e di raggio  $R = 2R_2$ .

**Domanda n. 8:** Determinare il campo elettrico (modulo, direzione e verso) in un punto a distanza  $Y > R_2$  dal centro della corona sferica.

**Domanda n. 9:** Determinare il valore del potenziale elettrostatico in un punto a distanza  $r = R_1/2$  dal centro della corona sferica (assumendo  $V(\infty) = 0$ ).

**Domanda n. 10:** Utilizzando i valori  $q_1 = 12\mu\text{C}$ ,  $R_1 = 0.5$  m,  $R_2 = 0.8$  m,  $Y = 2.4$  m, calcolare i risultati numerici delle domande precedenti.

# Soluzioni

## Esercizio A: Meccanica

**Risposta alla domanda n. 1:** Consideriamo le forze agenti sul sistema (illustrate in figura), indichiamo con  $T$  il modulo della tensione del filo, con  $\Delta l$  il modulo dell'allungamento della molla e fissiamo il verso positivo antiorario lungo il filo stesso. In questo modo possiamo scrivere la legge di Newton per ciascuna delle due masse:

$$\begin{aligned} Mg - T &= 0 \\ T - mg - K \Delta l &= 0 \end{aligned}$$

da cui si ricava

$$\Delta l = \frac{(M - m)}{K} g$$

**Risposta alla domanda n. 2:**

$$T = Mg$$

**Risposta alla domanda n. 3:** Guardando il disegno si vede che sulla carrucola agiscono le due tensioni verso il basso e la reazione  $R$  verso l'alto, quindi:

$$\begin{aligned} R - 2T &= 0 \\ R &= 2T = 2Mg \end{aligned}$$

**Risposta alla domanda n. 4:** Dopo il taglio della molla, la massa  $M$  inizia a scendere e la massa  $m$  a salire. Riscriviamo la seconda legge di Newton per ciascuna massa, come abbiamo fatto per la prima risposta, inserendo però l'accelerazione delle masse (il cui modulo è lo stesso per ambedue le masse, essendo il filo ideale) e senza l'azione della molla.

$$\begin{aligned} Mg - T &= Ma \\ T - mg &= ma \end{aligned}$$

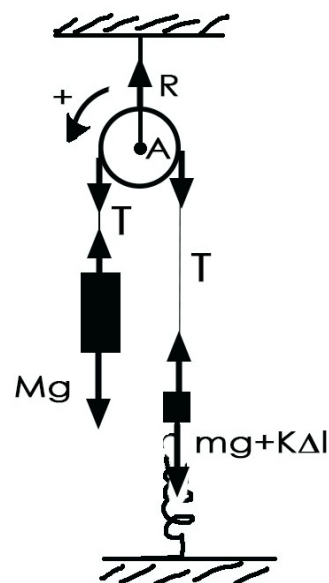
da cui il modulo dell'accelerazione delle due masse:

$$a = \frac{(M - m)}{M + m} g$$

diretta verso il basso.

**Risposta alla domanda n. 5:** Il sistema costituito dalle due masse conserva l'energia meccanica, poiché le tensioni fanno lavoro nullo sul sistema e la forza peso è una forza conservativa. Quindi, indicata con  $U_M$  l'energia potenziale iniziale (al momento del taglio della molla) della massa  $M$  e con  $U_m$  l'energia potenziale iniziale della massa  $m$ , la conservazione dell'energia meccanica, quando  $m$  è salita di  $h$  ed  $M$  è scesa di  $h$ , si scrive:

$$\begin{aligned} U_M + U_m &= \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} m v^2 + (U_M - Mgh) + (U_m + mgh) \\ v &= \sqrt{2 \frac{M - m}{M + m} gh} \end{aligned}$$



## Esercizio B: Elettromagnetismo

**Risposta alla domanda n. 6:** La densità di carica sulla superficie interna si ottiene imponendo che il campo all'interno del conduttore sia nullo, quindi

$$q_{int} = -q_1$$
$$\sigma_{int} = -\frac{q_1}{4\pi R_1^2}$$

Imponendo che la carica totale sia nulla, si ha per la densità di carica sulla superficie esterna:

$$\sigma_{est} = +\frac{q_1}{4\pi R_2^2}$$

**Risposta alla domanda n. 7:** Il valore del flusso si ottiene banalmente applicando il teorema di Gauss:

$$\Phi(R = 2R_2) = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

**Risposta alla domanda n. 8:** Il modulo del campo vale:

$$E(Y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{Y^2}$$

la direzione è quella radiale (che unisce il centro della corona al punto) e il verso è quello uscente.

**Risposta alla domanda n. 9:**

$$V(x) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \left[ \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{x} \right] \quad \text{per } x < R_1$$
$$V\left(r = \frac{R_1}{2}\right) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \left[ \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right]$$

**Risposta alla domanda n. 10:**

$$\sigma_{int} = 3.82 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$
$$\sigma_{est} = 1.49 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$
$$\Phi = 1.36 \cdot 10^6 \text{ Jm/C}$$
$$E(Y) = 1.87 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$
$$V(r) = 3.51 \cdot 10^5 \text{ J/C}$$