

Problema 1

Due cariche puntiformi q_1 e q_2 negative si trovano nelle posizioni di coordinate, rispettivamente, (x_1, y_1) ($x_1 > 0, y_1 > 0$) e (x_2, y_2) ($x_2 > 0, y_2 > 0$). Determinare:

1. la componente x del campo elettrico totale nell'origine delle coordinate;
2. il valore del potenziale nell'origine (assumendo $V(\infty) = 0$);
3. l'energia potenziale elettrica del sistema costituito dalle due cariche (assumendo $U(\infty) = 0$).

Problema 2

In una corona sferica isolante di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2 è distribuita una carica positiva con densità volumetrica costante $\rho > 0$. Calcolare:

4. il modulo del campo elettrico in un punto a distanza r ($R_1 < r < R_2$) dal centro della corona;
5. il potenziale elettrico nello stesso punto (assumendo $V(\infty) = 0$);
6. la velocità di una carica puntiforme $q_3 > 0$, di massa m , inizialmente in quiete in un punto a distanza $R_3 > R_2$, quando arriva a distanza $2R_3$.

Problema 3

Si consideri la scarica di un condensatore di capacità C su una resistenza R . Conoscendo l'energia potenziale elettrica immagazzinata inizialmente nel condensatore U_0 , calcolare:

7. il valore iniziale della carica sulle armature;
8. la differenza di potenziale tra le armature dopo un periodo t dall'inizio della scarica.

Problema 4

Una carica puntiforme $q > 0$, di massa m , inizialmente in quiete, viene accelerata da un campo elettrico uniforme di modulo E per un tratto d . Subito dopo il campo elettrico viene spento e al suo posto compare un campo magnetico uniforme ortogonale alla velocità della carica e di modulo incognito. Calcolare:

9. il modulo della velocità della carica al termine del tratto d ;
10. il modulo del campo magnetico sapendo che la carica descrive una traiettoria circolare di raggio r .

Soluzioni

Problema 1

1) La componente x del campo elettrico nell'origine è

$$E_x(0,0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{|q_1| x_1}{(x_1^2 + y_1^2)^{3/2}} + \frac{|q_2| x_2}{(x_2^2 + y_2^2)^{3/2}} \right)$$

2) il potenziale elettrico nell'origine è

$$V(0,0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{(x_1^2 + y_1^2)^{1/2}} + \frac{q_2}{(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}} \right)$$

3) l'energia potenziale è

$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \left((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \right)^{1/2}}$$

Problema 2

4) Il modulo del campo elettrico in un punto a distanza r dal centro, con $R_1 < r < R_2$ è

$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r - \frac{R_1^3}{r^2} \right)$$

5) il potenziale nello stesso punto

$$V(r) = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{R_1^3}{r} - \frac{3R_2^2}{2} \right)$$

6) la velocità della carica è

$$v = \sqrt{\frac{q_3 q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 m R_3}}$$

dove q_{tot} è la carica totale nella corona sferica

$$q_{tot} = \frac{4\pi\rho}{3} (R_2^3 - R_1^3)$$

Problema 3

7) la carica iniziale sulle armature del condensatore è

$$q_0 = \sqrt{2CU_0}$$

8) la differenza di potenziale nell'istante t vale

$$V(t) = \sqrt{\frac{2U_0}{C}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

con $\tau = RC$.

Problema 4

9) il modulo della velocità della carica è

$$v = \sqrt{\frac{2qdE}{m}}$$

10) il modulo del campo magnetico è

$$B = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2mdE}{q}}$$