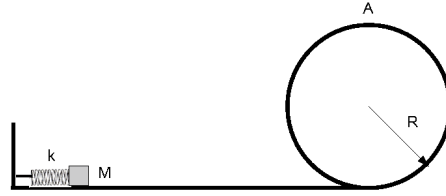


**Problema 1**



Si consideri la configurazione mostrata in figura in cui un corpo di massa  $M$  si muove su una guida liscia. Nell'istante iniziale il corpo è in quiete a contatto con una molla ideale di costante elastica  $k$  compressa di un tratto incognito  $\Delta x$  rispetto alla lunghezza di riposo. Assumendo che tutti gli attriti siano trascurabili, determinare:

- 1) la compressione  $\Delta x$  sapendo che il corpo raggiunge un'altezza massima  $h = R/2$ , dove  $R$  è il raggio della guida;
- 2) la velocità minima  $v_{min}$  che il corpo deve avere nell'istante in cui si stacca dalla molla per riuscire a compiere un giro completo senza cadere dalla guida;
- 3) la compressione minima  $\Delta x_{min}$  che deve avere la molla affinché il corpo riesca a compiere un giro completo senza cadere.

Si consideri ora la situazione in cui viene aggiunto un secondo corpo di massa  $m$  inizialmente in quiete nel tratto orizzontale della guida poco prima dell'ingresso nella zona circolare. Sapendo che il corpo di massa  $M$  urta in modo completamente anelastico quello di massa  $m$ , determinare:

- 4) la nuova la compressione  $\Delta x$  della molla affinché i due corpi raggiungano la stessa altezza massima del punto 1;
- 5) l'energia dissipata nell'urto in questo caso.

**Problema 2**

Si consideri un condensatore piano costituito da due armature quadrate di lato  $L$  distanti tra loro  $d$  (con  $d \ll L$ ). Il campo elettrico, diretto dall'armatura inferiore a quella superiore, ha modulo  $E$ . Determinare:

- 6) il valore assoluto della differenza di potenziale tra le armature;
- 7) la carica  $Q$  presente sull'armatura inferiore.

Una carica puntiforme  $q > 0$  di massa  $m$  entra nel condensatore ad una distanza  $d/2$  dall'armatura inferiore con velocità iniziale diretta parallelamente alle armature e perpendicolare ad un lato dell'armatura. Determinare:

- 8) il valore massimo  $v_{max}$  del modulo della velocità iniziale della carica affinché non esca dal condensatore;
- 9) dopo quanto tempo la carica urta l'armatura;
- 10) il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla carica dall'istante in cui entra nel condensatore a quello in cui urta l'armatura.

## Soluzioni

### Problema 1

1) Non essendoci attriti basta applicare la conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = Mgh = Mg\frac{R}{2}$$

da cui segue che

$$\Delta x = \sqrt{\frac{MgR}{k}}$$

2) la velocità minima che il corpo deve avere nel punto A per non cadere è quella per cui la reazione vincolare in quel punto si annulla. Applicando la seconda legge di Newton al corpo che si muove di moto circolare sulla guida mostrata in figura e considerando solo la componente radiale nel punto A si ottiene:

$$M\frac{v^2}{R} = N + Mg$$

da cui

$$N = M\left(\frac{v^2}{R} - g\right), \quad v = \sqrt{gR}$$

A questo punto, per determinare la velocità minima del corpo nell'istante in cui si stacca dalla molla basta applicare la conservazione dell'energia, da cui

$$v_{min} = \sqrt{5gR}$$

3) dalla risposta al punto precedente, applicando la conservazione dell'energia si ottiene la compressione minima

$$\Delta x_{min} = \sqrt{\frac{5MgR}{k}}$$

4) Subito dopo l'urto i due corpi devono muoversi con una velocità  $V = \sqrt{gR}$  per arrivare alla stessa altezza massima del punto 1. Sapendo questo e tenendo conto della conservazione della quantità di moto nell'urto, segue che la velocità del corpo di massa  $M$  subito prima dell'urto deve essere

$$v = \frac{M+m}{M}\sqrt{gR}$$

e quindi la compressione della molla è

$$\Delta x = (M+m)\sqrt{\frac{gR}{kM}}$$

5) l'energia dissipata è

$$K_{in} - K_{fin} = \frac{(M+m)m}{2M}gR$$

### Problema 2

6) Il valore assoluto della differenza di potenziale tra le armature è

$$\Delta V = Ed$$

7) Il campo elettrico tra le armature di un condensatore piano è legato alla densità superficiale di carica  $\sigma$  presente sulle armature stesse dalla relazione

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

da cui si ottiene banalmente la quantità di carica  $Q$  sull'armatura

$$Q = \varepsilon_0 L^2 E$$

8) La carica puntiforme  $q$  all'interno del condensatore si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione diretta perpendicolarmente alle armature e orientata verso l'armatura superiore con modulo

$$a = \frac{qE}{m}$$

La carica descrive quindi una traiettoria parabolica data dalla composizione di un moto uniformemente accelerato nella direzione ortogonale alle piastre e di un moto rettilineo uniforme nella direzione ad esse parallela. La carica impiega un tempo  $\Delta t = \sqrt{d/a}$  a spostarsi perpendicolarmente di un tratto  $d/2$ . Nello stesso intervallo di tempo la carica si è spostata parallelamente alle piastre di un tratto  $\Delta x = v\Delta t$ , quindi per non uscire dal condensatore la velocità iniziale deve essere minore di

$$v_{max} = \sqrt{\frac{qE}{md}}L$$

9) Come mostrato al punto precedente, la carica impiega un tempo

$$\Delta t = \sqrt{\frac{d}{a}} = \sqrt{\frac{dm}{qE}}$$

10) il lavoro compiuto dal campo elettrico vale

$$W_E = -\Delta U = -q\Delta V = \frac{qEd}{2}$$