

Problema 1

Due corpi di massa m_1 e $m_2 = 2m_1$ si muovono nello stesso verso su una guida rettilinea orizzontale liscia. Sapendo che i due corpi si muovono con velocità costanti v_1 e $v_2 = v_1/2$ e che nell'istante iniziale il corpo 2 si trova davanti al corpo 1 di un tratto d , determinare:

- 1) l'istante in cui si urtano;
- 2) la velocità dei due corpi subito dopo l'urto, sapendo che quest'ultimo è completamente anelastico.

In seguito i due corpi iniziano a salire lungo una guida inclinata di un angolo ϑ , determinare:

- 3) la massima distanza L percorsa lungo la guida inclinata in assenza di attriti;
- 4) la massima distanza L_2 percorsa lungo la guida inclinata in presenza di un attrito dinamico con coefficiente μ_d ;
- 5) il lavoro compiuto dalla forza di attrito nel tratto L_2 .

Problema 2

Si consideri il sistema costituito da due sfere non conduttrici, piene e concentriche di raggio R_1 e $R_2 = 2R_1$. La densità di carica della sfera interna ($0 < r < R_1$) è nota e vale $\varrho_1 > 0$, mentre la densità di carica per $R_1 < r < R_2$ è ignota. Sapendo che il campo elettrico all'esterno ($r > R_2$) della sfera grande è nullo, determinare:

- 6) il campo elettrico (modulo, direzione e verso) nella sfera interna ($0 < r < R_1$);
- 7) il valore della densità di carica per $R_1 < r < R_2$;
- 8) il campo elettrico (modulo, direzione e verso) per $R_1 < r < R_2$;
- 9) il potenziale elettrostatico per $R_1 \leq r \leq R_2$ (assumendo $V(\infty) = 0$)

Nell'istante iniziale, una carica puntiforme $q > 0$ di massa m si trova a $r = 4R_2$ con una velocità v_0 diretta verso il centro delle sfere; determinare:

- 10) la variazione di energia potenziale della carica dal punto di partenza al momento in cui urta la superficie della sfera esterna.

Soluzioni

Problema 1

1) Applicando le leggi del moto rettilineo uniforme si ottiene facilmente l'istante in cui i due corpi si urtano

$$\bar{t} = \frac{2d}{v_1}$$

2) la velocità dopo l'urto si ottiene applicando la conservazione della quantità di moto

$$V = \frac{2}{3}v_1$$

3) la massima distanza si può ottenere applicando la conservazione dell'energia meccanica

$$L = \frac{2v_1^2}{9g \sin \vartheta}$$

4) in presenza di attrito la distanza massima è

$$L_2 = \frac{2v_1^2}{9g (\sin \vartheta + \mu_d \cos \vartheta)}$$

5) il lavoro compiuto dalla forza di attrito nel tratto L_2 è

$$W_d = -\frac{2\mu_d m_1 v_1^2 \cos \vartheta}{3 (\sin \vartheta + \mu_d \cos \vartheta)}$$

Problema 2

6) Il campo dentro la sfera interna ($0 \leq r \leq R_1$) è quello ben noto all'interno di una sfera uniformemente carica

$$\mathbf{E} = \frac{\varrho_1}{3\epsilon_0} \vec{r}$$

7) Il campo elettrico per $r \geq R_2$ è dato da

$$\mathbf{E} = \frac{\varrho_1 R_1^3}{3\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} + \frac{\varrho_2 (R_2^3 - R_1^3)}{3\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

da cui si ottiene il valore della densità di carica incognita ϱ_2 , tenendo conto che $R_2 = 2R_1$ e che il campo è nullo

$$\varrho_2 = -\frac{\varrho_1}{7}$$

8) il campo per $R_1 \leq r \leq R_2$ vale

$$\mathbf{E} = \frac{\varrho_1 R_1^3}{3\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} + \frac{\varrho_2 (r^3 - R_1^3)}{3\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\varrho_1 (8R_1^3 - r^3)}{21\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

9) Il potenziale elettrostatico per $r \geq R_2$ è nullo, mentre per $R_1 \leq r \leq R_2$ vale

$$V(r) = \frac{\varrho_1}{21\epsilon_0} \left(\left(\frac{8R_1^3}{r} + \frac{r^2}{2} \right) - \left(\frac{8R_1^3}{R_2} + \frac{R_2^2}{2} \right) \right)$$

10) la variazione di energia potenziale è 0.