

Problema 1 Una sfera piena ed un cilindro sottile cavo, entrambi con densità uniforme, hanno la stessa massa $m_1 = 7.50$ Kg e lo stesso raggio. Entrambi i corpi rotolano senza strisciare su un piano orizzontale. Conoscendo la velocità del centro di massa della sfera $v_{cm} = 8.60$ m/s, calcolare:

1. l'energia cinetica della sfera;
2. la velocità del centro di massa del cilindro affinché abbia la stessa energia cinetica della sfera.

Problema 2

Due corpi di massa $m_2 = 0.760$ Kg e $m_3 = 3.00$ Kg sono vincolati a muoversi su una guida liscia, rettilinea e orizzontale. Il corpo di massa m_2 si muove con velocità $v_2 = 12.0$ m/s verso l'altro corpo, che è inizialmente in quiete. In seguito ad un urto perfettamente elastico, il corpo di massa m_3 inizia a muoversi e va ad urtare, rimanendovi agganciato, l'estremo libero di una molla ideale di massa nulla e costante elastica $k = 340$ N/m, con l'altro estremo fissato ad una parete. Calcolare:

3. l'ampiezza di oscillazione;
4. la posizione del corpo di massa m_3 dopo 0.410 s dall'istante in cui ha urtato la molla, ponendo l'origine delle coordinate in corrispondenza della lunghezza di riposo della molla;

Problema 3

Si consideri una grande cisterna cilindrica piena d'acqua. La cisterna è aperta superiormente e la superficie del liquido si trova ad un'altezza $h = 17.0$ m dalla base della cisterna. Calcolare:

5. la pressione alla profondità $d = 10.0$ m dalla superficie;
6. la velocità con cui uscirebbe l'acqua se si praticasse un buco circolare alla base della cisterna, assumendo che il raggio del buco sia molto minore del raggio della cisterna;

Si considerino due sfere di uguale raggio, ma costituite da materiali differenti, di peso specifico relativo, rispettivamente, 9.30 e 0.750. Le due sfere vengono immerse completamente nell'acqua e lasciate libere di muoversi, inizialmente in quiete. La velocità di regime della sfera più pesante vale $v_{lim} = 0.00790$ m/s. (Attenzione: la viscosità del liquido non è data). Calcolare:

7. il modulo dell'accelerazione iniziale della sfera più pesante;
8. il modulo della velocità limite della sfera più leggera (assumere una forza viscosa per entrambe le sfere).

Problema 4

L'estremità inferiore di una sbarra omogenea di metallo di lunghezza $L = 2.50$ m e massa $M = 27.0$ Kg è fissata al pavimento. All'altra estremità è fissata una fune ideale di massa nulla, a sua volta fissata ad una parete. Sapendo che la sbarra forma un angolo $\theta = 0.660$ rad rispetto al piano orizzontale e che la fune è perpendicolare alla sbarra, calcolare:

9. il momento torcente della forza di gravità rispetto all'estremità inferiore della sbarra;
10. il modulo della tensione della fune.

Soluzioni

Problema 1

1) L'energia cinetica della sfera è

$$K_s = \frac{1}{2}m_1v_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{7}{10}m_1v_{cm}^2$$

2) la velocità del cilindro cavo è

$$v = \sqrt{\frac{7}{10}}v_{cm}$$

Problema 2

La velocità del corpo di massa m_3 dopo l'urto è

$$v_{3,f} = \frac{2m_2v_2}{m_2 + m_3}$$

3) l'ampiezza di oscillazione è

$$A = \frac{v_{3,f}}{\omega} = \frac{2m_2v_2}{m_2 + m_3} \sqrt{\frac{m_3}{k}}$$

dove $\omega = \sqrt{k/m_3}$.

4) la posizione nell'istante t è

$$x(t) = A \sin(\omega t) = \frac{2m_2v_2}{m_2 + m_3} \sqrt{\frac{m_3}{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m_3}}t\right)$$

Problema 3

5) la pressione alla profondità d vale

$$P = P_{atm} + \rho_a g d$$

dove P_{atm} è la pressione atmosferica e ρ_a la densità dell'acqua.

6) poiché la sezione del buco è trascurabile rispetto a quella della cisterna, la velocità dell'acqua sulla superficie della cisterna è trascurabile rispetto a quella che esce dal buco e quindi applicando l'equazione di continuità e l'equazione di Bernoulli si ottiene

$$v = \sqrt{2gh}$$

7) nell'istante iniziale la sfera è in quiete, quindi le uniche forze sono la forza di gravità e la spinta di Archimede, da cui applicando la seconda legge di Newton segue

$$a = g \left(1 - \frac{1}{ps_1}\right)$$

dove ps_1 è il peso specifico della sfera più pesante.

8) quando le sfere sono in moto, bisogna tenere conto anche della forza viscosa data dalla legge di Stokes, inoltre a regime la risultante delle forze deve essere nulla, da cui segue

$$v_{2,lim} = \left(\frac{1 - ps_2}{ps_1 - 1}\right) v_{lim}$$

Problema 4

9) il momento torcente della forza di gravità è

$$\tau_g = -\frac{1}{2}LMg \cos \theta$$

10) imponendo le condizioni di equilibrio rotazionale e traslazionale si ottiene

$$T = \frac{1}{2}Mg \cos \theta$$