

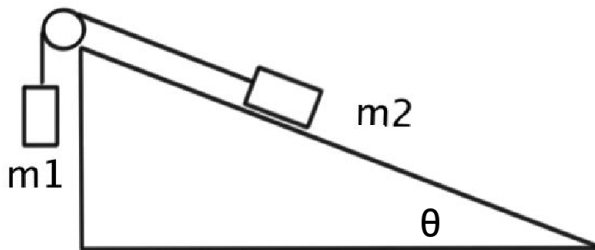
Problema 1

Un corpo di massa m_2 (ignota), appoggiato sopra un piano inclinato privo di attrito, è legato a un corpo di massa m_1 tramite una corda come mostrato in figura. Il piano è inclinato di un angolo θ rispetto al piano orizzontale. Sia la corda che la carrucola sono ideali e prive di massa, inoltre nell'istante iniziale i corpi di massa m_1 e m_2 sono in quiete. Determinare:

- 1) il valore della massa $m_{2,eq}$ tale che il sistema sia in equilibrio;
- 2) il modulo della tensione esercitata dalla corda sul corpo 2 in questo caso.

Si supponga ora che $m_2 > m_{2,eq}$ e che quindi il sistema non sia più in equilibrio, determinare:

- 3) l'accelerazione del corpo 2;
- 4) il lavoro compiuto dalla tensione della corda sul corpo 2 in uno spostamento di un tratto L lungo il piano inclinato;
- 5) il lavoro totale sul corpo 2 nello stesso tratto L del punto precedente.



Problema 2

Una carica puntiforme $q > 0$ di massa m entra con velocità $\mathbf{v}_0 = v_0 \hat{\mathbf{x}}$ in una regione di spazio in cui è presente un campo elettrico uniforme $\mathbf{E} = -E \hat{\mathbf{y}}$ (con $E > 0$). Sapendo che la posizione iniziale della carica è $\mathbf{r}_0 = (0, h, 0)$, determinare:

- 6) la coordinata x_* del punto in cui la carica ha coordinata $y_* = h/2$;
- 7) il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla carica nello spostamento dalla posizione iniziale al punto $\mathbf{r}_* = (x_*, y_*, 0)$;
- 8) il modulo della velocità della carica nello stesso punto.

Si consideri ora il caso in cui la carica entri, con le stesse condizioni iniziali di prima, in una regione in cui oltre al campo elettrico è presente anche un campo magnetico uniforme $\mathbf{B} = -B \hat{\mathbf{z}}$ (con B ignoto e positivo). Determinare:

- 9) il valore del modulo B del campo magnetico tale che la carica si muova di moto rettilineo uniforme;
- 10) in assenza di campo elettrico, quanto deve valere il modulo B del campo magnetico affinché la carica descriva una traiettoria circolare di raggio R ?

Soluzioni

Problema 1

1) Applicando la seconda legge di Newton e tenendo conto che nella configurazione di equilibrio le risultanti delle forze esercitate sul corpo 1 e sul corpo 2 devono essere nulle, si ottiene

$$m_{2,eq} = \frac{m_1}{\sin \theta}$$

2) dallo stesso sistema di equazioni del punto precedente si ottiene

$$T = m_1 g$$

3) se $m_2 > m_{2,eq}$ il sistema non è più in equilibrio e il corpo 2 scende lungo il piano inclinato. Applicando la seconda legge di Newton e tenendo conto che il modulo dell'accelerazione dei due corpi è lo stesso, si ottiene:

$$a = g \frac{m_2 \sin \theta - m_1}{m_1 + m_2}$$

4) La corda esercita sul corpo 2 una tensione di modulo

$$T = m_1 (g + a) = g (1 + \sin \theta) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Il lavoro compiuto da questa forza nel tratto L vale

$$W = -LT = -Lg (1 + \sin \theta) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

5) il lavoro totale si può calcolare applicando il teorema delle forze vive

$$W_{tot} = \Delta K = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = Lg m_2 \frac{m_2 \sin \theta - m_1}{m_1 + m_2}$$

essendo $v_2 = \sqrt{2aL}$.

Problema 2

6) La carica descrive una traiettoria parabolica nel piano xy . L'accelerazione vale:

$$\mathbf{a} = -\frac{qE}{m} \hat{\mathbf{y}}$$

e quindi raggiunge la coordinata $y_* = h/2$ nell'istante $t_* = \sqrt{\frac{mh}{qE}}$, da cui segue che

$$x_* = v_0 t_* = v_0 \sqrt{\frac{mh}{qE}}$$

7) il lavoro compiuto dal campo elettrico è

$$W_E = -\Delta U = -q\Delta V = qE \frac{h}{2}$$

8) applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene

$$v_* = \sqrt{v_0^2 + \frac{qEh}{m}}$$

9) affinché la carica si muova di moto rettilineo uniforme la risultante delle forze deve essere nulla e quindi

$$q(\mathbf{v}_0 \wedge \mathbf{B} + \mathbf{E}) = 0$$

da cui segue che

$$B = \frac{E}{v_0}$$

10) se c'è solo il campo magnetico, la carica si muove di moto circolare uniforme, da cui:

$$B = \frac{mv_0}{qR}$$