

**Problema 1**

Un corpo puntiforme di massa  $m_1$  è vincolato a muoversi sulla parte interna di una guida circolare di raggio  $R_1$ , liscia e disposta verticalmente. Inizialmente il corpo si trova in quiete in un punto A della guida alla stessa altezza del suo centro. Si chiami B il punto più basso della guida e C il punto sulla guida ad un'altezza  $h_1$  (con  $h_1 < R_1$ ) da B e dal lato opposto di A. Calcolare:

1. il modulo dell'accelerazione del corpo nell'istante in cui passa per il punto B;
2. il modulo della velocità del corpo nell'istante in cui arriva nel punto C;
3. il modulo della reazione normale N esercitata dalla guida sul corpo nel punto C;
4. il lavoro compiuto sul corpo dalla forza di gravità nello spostamento dal punto A al punto C;

Se la guida viene interrotta nel punto C, determinare:

5. il modulo della velocità del corpo quando, dopo essere uscito dalla guida, arriva alla stessa altezza del punto B.

**Problema 2**

Si consideri una sfera non conduttrice piena di raggio  $R$  e uniformemente carica con densità di carica  $\rho$ . Assumendo  $V(\infty) = 0$ , determinare:

- 6) il potenziale elettrico sulla superficie della sfera;
- 7) il modulo del campo elettrico all'interno della sfera  $E(r)$  (con  $0 < r < R$ );
- 8) il potenziale elettrico all'interno della sfera  $V(r)$  (con  $0 < r < R$ );
- 9) il flusso del campo elettrico uscente da una superficie sferica di raggio  $R_1$  (con  $0 < R_1 < R$ ) e concentrica con la sfera carica;
- 10) l'energia potenziale elettrica di una carica puntiforme  $q$  posta a distanza  $d$  (con  $d > R$ ) dal centro della sfera.

## Soluzioni

### Problema 1

1) La velocità del corpo nel punto B è  $v_B = \sqrt{2gR_1}$  e la sua accelerazione

$$a_B = \frac{v_B^2}{R_1} = 2g$$

2) La velocità del corpo nel punto C si ottiene applicando la conservazione dell'energia

$$v_C = \sqrt{2g(R_1 - h_1)}$$

3) Dalla seconda legge di Newton segue che

$$N_C = 3m_1g \frac{R_1 - h_1}{R_1}$$

4) Il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale è

$$W_g = -(U(C) - U(A)) = m_1g(R_1 - h_1)$$

5) La velocità del corpo si ottiene applicando la conservazione dell'energia

$$v = \sqrt{2gR_1}$$

### Problema 2

6) la carica totale della sfera è

$$Q = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$$

e il potenziale elettrico sulla sua superficie

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}$$

7) il modulo del campo elettrico a distanza  $r$  (con  $0 < r < R$ ) è

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

8) il potenziale elettrico a distanza  $r$  (con  $0 < r < R$ ) è

$$V(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left( R^2 - \frac{r^2}{3} \right)$$

9) applicando il teorema di Gauss si ottiene che il flusso è

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{4\pi\rho R_1^3}{3\varepsilon_0}$$

dove  $Q_{int}$  è la carica contenuta all'interno della superficie sferica di raggio  $R_1$ .

10) l'energia potenziale della carica è

$$U = qV(d) = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{q\rho R^3}{3\varepsilon_0 d}$$