

Problema 1

Un pendolo semplice di massa M e lunghezza L è inizialmente in quiete lungo la verticale. Un proiettile di massa m urta frontalmente il corpo di massa M con velocità v diretta orizzontalmente. Sapendo che il proiettile attraversa completamente il pendolo emergendo con velocità di modulo $v/2$ e stessa direzione e verso della velocità iniziale, determinare:

1. la velocità del pendolo di massa M subito dopo l'urto;
2. la tensione esercitata dalla corda nello stesso istante della domanda precedente;
3. l'energia dissipata nell'urto;
4. la velocità minima del proiettile affinché il pendolo compia un giro completo;
5. come cambia la risposta alla domanda precedente nel caso di un urto completamente anelastico.

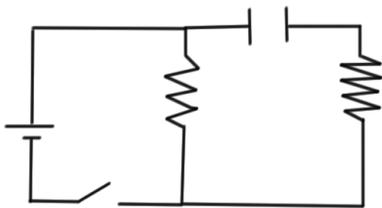
Problema 2

Si consideri il circuito mostrato nella figura e costituito da una batteria ideale di fem V_0 , due resistenze uguali R e un condensatore di capacità C . Sapendo che il condensatore è inizialmente scarico, determinare:

- 6) l'intensità della corrente erogata dalla batteria appena viene chiuso il circuito;
- 7) l'intensità della corrente erogata dalla batteria a regime;
- 8) la differenza di potenziale tra le armature del condensatore a regime.

Dopo che il circuito ha raggiunto lo stato stazionario in queste condizioni, la batteria viene tolta; determinare:

- 9) dopo quanto tempo la carica presente sul condensatore si riduce della metà rispetto al valore iniziale;
- 10) l'energia dissipata per effetto Joule a regime.



Soluzioni

Problema 1

1) L'urto è anelastico ma non completamente anelastico. La velocità del pendolo subito dopo l'urto si ottiene con la conservazione della quantità di moto

$$V = \frac{mv}{2M}$$

2) Dopo l'urto, il corpo di massa M descrive una traiettoria circolare. La tensione esercitata dalla corda si ottiene applicando la seconda legge di Newton

$$T - Mg = \frac{MV^2}{L}$$

da cui

$$T = M \left(g + \frac{V^2}{L} \right) = M \left(g + \frac{m^2 v^2}{4LM^2} \right)$$

3) L'energia dissipata nell'urto è

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{8} - \frac{MV^2}{2} = \frac{1}{2}mv^2 \frac{3M - m}{4M}$$

4) il corpo di massa M deve arrivare nel punto più alto della traiettoria con velocità almeno \sqrt{gL} per riuscire a compiere un giro completo, quindi dalla conservazione dell'energia meccanica segue che la sua velocità minima subito dopo l'urto deve essere $V_{min} = \sqrt{5gL}$. Dalla risposta alla domanda 1) si ottiene la corrispondente velocità minima del proiettile

$$v_{min} = \frac{2MV_{min}}{m} = \frac{2M}{m} \sqrt{5gL}$$

5) Se l'urto è completamente anelastico, la velocità del corpo di massa M subito dopo l'urto è

$$V = \frac{mv}{M + m}$$

e quindi la velocità minima del proiettile

$$v_{min} = \frac{M + m}{m} V_{min} = \frac{M + m}{m} \sqrt{5gL}$$

Problema 2

6) la carica presente nel condensatore appena il circuito viene chiuso è nulla e la corrente erogata dalla batteria

$$I = \frac{2V_0}{R}$$

7) a regime il condensatore è carico e la corrente erogata dalla batteria

$$I = \frac{V_0}{R}$$

8) a regime la differenza di potenziale tra le armature del condensatore è V_0

9) una volta tolta la batteria, il condensatore si scarica sulle due resistenze in serie. L'istante in cui la carica sulle armature si dimezza è quindi

$$t_* = \tau \ln 2 = 2RC \ln 2$$

10) l'energia dissipata per effetto Joule nelle due resistenze coincide con l'energia immagazzinata nel condensatore prima di togliere la batteria

$$U = \frac{1}{2}CV_0^2$$