

Problema 1

Si consideri un cilindro pieno, uniforme, di massa m_1 e raggio R_1 . Calcolare:

1. l'energia cinetica del cilindro sapendo che rotola senza strisciare su un piano orizzontale con velocità del centro di massa v_1 ;
2. il modulo dell'accelerazione angolare (assumendo che sia costante) necessaria a fermare il cilindro in un tempo t_1 sapendo che inizialmente ruota attorno al suo asse (che è fisso) con una velocità angolare ω_1 .

Problema 2

Due corpi di massa m_2 e m_3 , vincolati a muoversi su una guida liscia rettilinea orizzontale, si urtano. Sapendo che l'urto è completamente anelastico e che le velocità prima dell'urto sono v_2 e v_3 , calcolare:

3. la velocità del centro di massa dei due corpi;
4. l'energia dissipata nell'urto.

Problema 3

Una sfera di raggio R e densità ρ_s è completamente immersa in un liquido. Calcolare:

5. la densità del liquido sapendo che nell'istante iniziale la sfera ha velocità nulla e accelerazione (diretta verso l'alto) di modulo a_0 ;
6. il modulo della forza viscosa a regime, nel caso in cui la sfera sia immersa in un secondo liquido di densità ρ_l (con $\rho_l < \rho_s$) e viscosità η ;
7. la velocità limite della sfera nel liquido della domanda precedente (n. 6).

Problema 4

Un pendolo semplice di massa m_4 e lunghezza L nell'istante iniziale è in quiete e forma un angolo θ con la verticale. Calcolare:

8. il modulo del momento torcente della forza di gravità rispetto all'estremo fisso della fune nell'istante iniziale;
9. l'accelerazione centripeta del pendolo nell'istante in cui la fune forma un angolo $\theta/2$ con la verticale;
10. il valore della tensione della fune nello stesso istante della domanda precedente (n. 9).

Soluzioni

Problema 1

1) L'energia cinetica del cilindro è

$$K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2} = \frac{3m_1 v_1^2}{4}$$

2) Il modulo dell'accelerazione angolare è

$$\alpha = \frac{\omega_1}{t_1}$$

Problema 2

3) La velocità del centro di massa è

$$v_{cm} = \frac{m_2 v_2 + m_3 v_3}{m_2 + m_3}$$

4) l'energia dissipata nell'urto è

$$E = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2} - \frac{(m_2 + m_3) v_{cm}^2}{2}$$

Problema 3

5) la densità del liquido vale

$$\rho = \rho_s \left(1 + \frac{a_0}{g} \right)$$

6) la resistenza viscosa a regime è

$$F_\eta = \frac{4}{3} \pi R^3 g (\rho_s - \rho_l)$$

7) la velocità limite della sfera si ottiene dalla legge di Stokes

$$v_{lim} = \frac{F_\eta}{6\pi\eta R} = \frac{2R^2 g (\rho_s - \rho_l)}{9\eta}$$

Problema 4

8) il modulo del momento torcente della forza di gravità è

$$\tau = m_4 g L \sin \theta$$

9) l'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{L} = 2g \left(\cos \frac{\theta}{2} - \cos \theta \right)$$

dove la velocità si è ottenuta con la conservazione dell'energia;

9) applicando la seconda legge di Newton si ottiene la tensione

$$T = m_4 \left(g \cos \frac{\theta}{2} + \frac{v^2}{L} \right) = m_4 g \left(3 \cos \frac{\theta}{2} - 2 \cos \theta \right)$$