

Problema 1

Su un filo rettilineo di lunghezza infinita è distribuita uniformemente una carica positiva. Una particella puntiforme di massa m e carica q positiva viene lasciata libera di muoversi in un punto a distanza d_1 dal filo. Sapendo che la particella, inizialmente in quiete, ha una velocità v quando raggiunge una distanza $d_2 (> d_1)$ dal filo, calcolare:

1. la differenza di potenziale elettrico tra la posizione finale e quella iniziale;
2. la densità lineare di carica presente sul filo;
3. il flusso del campo elettrico uscente da una superficie chiusa conica coassiale con il filo, altezza h e base di raggio R .

Problema 2

Su una corona sferica conduttrice di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2 è depositata una carica positiva Q . Sapendo che al centro della corona sferica si trova una carica puntiforme positiva q , calcolare:

4. la densità superficiale di carica presente sulla superficie interna della corona sferica;
5. il modulo del campo elettrico a distanza $R_3 (> R_2)$ dal centro;
6. il potenziale elettrico sulla superficie interna della corona sferica (assumendo potenziale nullo all'infinito).

Problema 3

Un circuito è costituito da un condensatore di capacità C , due resistenze R_1 e R_2 , una batteria ideale di fem V_0 , tutti in serie. Nell'istante iniziale il condensatore è scarico. Calcolare:

7. la differenza di potenziale ai capi della resistenza R_1 nell'istante t_1 ;
8. l'istante di tempo in cui la differenza di potenziale tra le armature del condensatore è la metà del valore a regime.

Problema 4

Un condensatore piano è costituito da due armature conduttrici piane quadrate di lato L separate da una distanza d ($\ll L$). Un elettrone viene sparato nel condensatore con velocità iniziale v diretta parallelamente ad un lato delle armature. Sapendo che l'elettrone entra nel condensatore a distanza $d/2$ dalle armature e che alla fine urta l'armatura superiore in un punto che dista $L/2$ dal lato d'ingresso, calcolare:

9. il valore assoluto della densità superficiale di carica presente sulle armature;

All'interno del condensatore viene prodotto anche un campo magnetico uniforme e diretto perpendicolarmente sia al campo elettrico che alla velocità iniziale dell'elettrone. Calcolare:

10. il modulo del campo magnetico necessario affinché l'elettrone non venga deflesso all'interno del condensatore.

Soluzioni

Problema 1

1) Applicando la conservazione dell'energia segue che

$$V(d_2) - V(d_1) = -\frac{mv^2}{2q}$$

2) la densità lineare di carica è

$$\lambda = \frac{2\pi\varepsilon_0 (V(d_1) - V(d_2))}{\ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{\pi\varepsilon_0 mv^2}{q \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

3) il flusso si ottiene facilmente applicando il teorema di Gauss

$$\Phi = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} = \frac{\pi h m v^2}{q \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

Problema 2

4) la carica puntiforme q induce sulla superficie interna del conduttore una carica $-q$ distribuita uniformemente, quindi la densità superficiale di carica è

$$\sigma_1 = -\frac{q}{4\pi R_1^2}$$

5) il modulo del campo elettrico vale

$$E(R_3) = \frac{q + Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3^2}$$

6) il conduttore è equipotenziale, quindi il potenziale sulla superficie interna della corona sferica è uguale a quello sulla superficie esterna

$$V(R_1) = \frac{q + Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

Problema 3

7) Nell'istante t_1 la resistenza R_1 è attraversata da una corrente

$$I(t_1) = \frac{V_0}{R_1 + R_2} \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right)$$

con $\tau = C(R_1 + R_2)$, quindi la differenza di potenziale ai capi della resistenza vale

$$\Delta V(t_1) = \frac{V_0 R_1}{R_1 + R_2} \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right)$$

8) la differenza di potenziale tra le armature del condensatore è metà del valore a regime nell'istante

$$t = \tau \ln 2 = C(R_1 + R_2) \ln 2$$

Problema 4

9) la densità superficiale di carica vale

$$\sigma = \frac{4\varepsilon_0 m_e d v^2}{e L^2}$$

10) il modulo del campo magnetico necessario affinché l'elettrone si muova di moto rettilineo è

$$B = \frac{E}{v} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 v} = \frac{4m_e d v}{e L^2}$$