

Fisica per Scienze Biologiche
Quarta prova in itinere - 11/6/2015

Problema 1

Un proiettile di massa m_1 urta frontalmente un corpo di massa m_2 , inizialmente in quiete su un piano orizzontale liscio, con velocità $v_{1,in}$ diretta parallelamente al piano. Sapendo che il proiettile penetra nel secondo corpo e ne emerge con una velocità con la stessa direzione e verso di quella iniziale ma di modulo $v_{1,fin} = v_{1,in}/3$, determinare:

1. l'energia dissipata nell'urto.

Dopo l'urto, sul corpo 2 viene applicata una forza costante di modulo F e diretta parallelamente al vettore velocità, calcolare:

2. il valore dello spostamento necessario affinché l'energia cinetica del corpo 2 raddoppi;
3. stessa domanda del punto precedente ma nel caso di urto completamente anelastico.

Problema 2

Un razzo spaziale di massa m viene sparato dalla superficie terrestre con una velocità di modulo v diretta verticalmente. Usando l'espressione esatta del campo gravitazionale, determinare:

4. la massima altezza dalla superficie terrestre raggiunta dal razzo;
5. il lavoro compiuto dal campo gravitazionale dalla partenza al punto di massima altezza.

Problema 3

Due corpi identici non conduttori sono appoggiati su un piano orizzontale liscio. I due corpi sono collegati tra di loro da una molla ideale di massa nulla con costante elastica k e una lunghezza a riposo l_0 . Una carica Q (ignota) viene depositata lentamente su ciascun corpo in modo da far allungare la molla fino ad una lunghezza l_1 nella condizione di equilibrio. Trattando i corpi come cariche puntiformi, determinare:

6. il valore della carica;
7. il lavoro compiuto dalla forza elastica nel passare da una lunghezza della molla l_1 a l_2 .

Problema 4

Si considerino due cariche puntiformi positive q_1 e q_2 di masse, rispettivamente, m_1 e m_2 . La carica 1 è libera di muoversi mentre la carica 2 è vincolata a rimanere ferma. Nell'istante iniziale la carica 1 si trova a una distanza R_1 dalla carica 2 e si muove con una velocità di modulo v_1 diretta verso la seconda carica. Determinare:

8. la distanza minima tra le due cariche;
9. il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla carica 1 nello spostamento dalla posizione iniziale ad una distanza R_2 (con $R_{min} < R_2 < R_1$) dalla carica 2;
10. la differenza di potenziale elettrico tra i due punti precedenti a distanza R_2 e R_1 nel caso in cui la carica q_1 non c'è e la carica q_2 invece di essere puntiforme è distribuita uniformemente all'interno di una sfera di raggio $R_3 > R_1$ con centro nella stessa posizione occupata in precedenza.

Soluzioni

Problema 1

1) Applicando la conservazione della quantità di moto si ottiene la velocità del corpo 2 dopo l'urto

$$v_2 = \frac{2m_1v_{1,in}}{3m_2}$$

e quindi l'energia dissipata vale

$$E_{dis} = \frac{m_1v_{1,in}^2}{2} - \frac{m_1v_{1,fin}^2}{2} - \frac{m_2v_2^2}{2} = 2m_1v_{1,in}^2 \frac{2m_2 - m_1}{9m_2}$$

2) l'energia cinetica del corpo 2 raddoppia in un tratto

$$L = \frac{m_2v_2^2}{2F} = \frac{2m_1^2v_{1,in}^2}{9m_2F}$$

3) nel caso di urto completamente anelastico la velocità del corpo 2 dopo l'urto è

$$v_2 = \frac{m_1v_{1,in}}{m_1 + m_2}$$

e la sua energia cinetica raddoppia dopo un tratto

$$L = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2F} = \frac{m_1^2v_{1,in}^2}{2F(m_1 + m_2)}$$

Problema 2

4) nel punto di massima altezza l'energia cinetica del razzo è zero, quindi dalla conservazione dell'energia meccanica si ottiene

$$h_{max} = \frac{R_T^2 v^2}{2GM_T - R_T v^2}$$

dove R_T e M_T sono il raggio e la massa della Terra.

5) il lavoro compiuto dal campo gravitazionale vale

$$W_g = -\Delta U = \Delta K = -\frac{mv^2}{2}$$

Problema 3

6) Nella configurazione di equilibrio la forza elastica e la forza elettrostatica sono uguali ed opposte, quindi la carica è

$$Q = l_1 \sqrt{4\pi\epsilon_0 k (l_1 - l_0)}$$

7) il lavoro compiuto dalla forza elastica vale

$$W_{elastica} = -\Delta U_{elastica} = \frac{k}{2} \left((l_1 - l_0)^2 - (l_2 - l_0)^2 \right)$$

Problema 4

8) l'energia cinetica della carica q_1 è zero nel punto in cui la sua distanza dalla carica q_2 è minima, quindi dalla conservazione dell'energia meccanica si ottiene

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{min}}$$

da cui segue

$$R_{min} = \frac{R_1 q_1 q_2}{2\pi\epsilon_0 R_1 m_1 v_1^2 + q_1 q_2}$$

9) il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla carica 1 vale

$$W_E = -\Delta U_E = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

10) la differenza di potenziale elettrico è

$$V(R_2) - V(R_1) = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (R_1^2 - R_2^2)$$

dove $\rho = \frac{3q_2}{4\pi R_3^3}$ è la densità di carica della sfera.