

Problema 1

Un corpo di massa m_1 scivola su un piano scabro (con coefficiente di attrito dinamico μ_d) inclinato di un angolo ϑ rispetto al piano orizzontale. Sapendo che il corpo ha una velocità di modulo v_0 quando si trova ad una altezza h , determinare:

1. il lavoro compiuto sul corpo dalla forza di attrito dinamico nello spostamento dalla posizione ad altezza h a quella a $h/2$;
2. il lavoro compiuto sul corpo dalla forza di gravità nello stesso spostamento del punto precedente;
3. il modulo della velocità del corpo nell'istante in cui arriva alla fine del piano inclinato ($h = 0$);
4. il valore limite del coefficiente di attrito dinamico oltre al quale il corpo si ferma prima di arrivare alla fine del piano inclinato.

Raggiunta la fine del piano inclinato, il corpo prosegue su un piano orizzontale liscio dove urta elasticamente un corpo di massa $m_2 = 10m_1$ inizialmente fermo. Determinare:

5. l'altezza massima raggiunta dal corpo di massa m_1 sul piano inclinato dopo l'urto.

Problema 2

Due cariche puntiformi, positive e uguali di massa m sono appese ad uno stesso punto P del soffitto con due fili ideali, di massa nulla, isolanti e di uguale lunghezza L . Tenendo conto della presenza del campo gravitazionale terrestre e sapendo che le cariche sono in equilibrio a una distanza d una dall'altra, determinare:

- 6) il modulo della tensione esercitato da uno dei due fili;
- 7) il valore della carica;
- 8) l'energia potenziale elettrica del sistema;
- 9) il valore del campo elettrico (modulo, direzione e verso) nel punto P del soffitto in cui sono appesi i due fili;
- 10) il valore del potenziale elettrico nello stesso punto P della domanda precedente (assumendo $V(\infty) = 0$).

Soluzioni

Problema 1

1) Il lavoro compiuto dalla forza di attrito dinamico è

$$W_d = -\frac{\mu_d m_1 g h \cos \vartheta}{2 \sin \vartheta}$$

2) Il lavoro compiuto dalla forza di gravità è

$$W_g = -\Delta U = \frac{m_1 g h}{2}$$

3) la velocità del corpo nell'istante in cui arriva alla fine del piano inclinato vale

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh - \frac{2\mu_d g h \cos \vartheta}{\sin \vartheta}}$$

4) Il valore limite del coefficiente di attrito dinamico è quello per cui il corpo si ferma esattamente alla fine del piano inclinato, quindi basta porre $v_1 = 0$ nella relazione trovata nel punto precedente

$$\mu_{d,max} = \frac{(2gh + v_0^2) \sin \vartheta}{2gh \cos \vartheta}$$

5) le velocità dei due corpi subito dopo l'urto sono

$$v_{1,f} = -\frac{9}{11}v_1, \quad v_{2,f} = \frac{2}{11}v_1$$

quindi il corpo 1 torna indietro e sale sul piano inclinato fino ad un'altezza

$$h_{max} = \frac{v_{1,f}^2 \sin \vartheta}{2g (\sin \vartheta + \mu_d \cos \vartheta)}$$

Problema 2

6) Poiché le cariche sono in equilibrio la risultante delle forze è nulla, quindi applicando la seconda legge di Newton si ottengono sia T che il valore della forza elettrostatica e quindi della carica incognita riportata nel punto 2. Chiamando ϑ l'angolo formato da un filo con la verticale

$$T = \frac{mg}{\cos \vartheta} = \frac{2Lmg}{\sqrt{4L^2 - d^2}}$$

7) da quanto detto al punto precedente segue che

$$F_E = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = T \sin \vartheta$$

e quindi

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 mg d^3}{\sqrt{4L^2 - d^2}}}$$

8) l'energia potenziale elettrica vale

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{d^2 mg}{\sqrt{4L^2 - d^2}}$$

9) il campo elettrico nel punto P è diretto verticalmente verso l'alto e ha modulo

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L^2} \cos \vartheta = \frac{q\sqrt{4L^2 - d^2}}{4\pi\epsilon_0 L^3}$$

10) il potenziale elettrico nel punto P è

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}$$