

Problema 1

Un corpo di massa m_1 , che pende verticalmente nel vuoto, è collegato, con un filo ideale inestensibile che passa su una carrucola ideale, ad un corpo di massa m_2 appoggiato su un piano orizzontale scabro. Sia il filo che la carrucola hanno massa nulla, inoltre i coefficienti di attrito statico e dinamico tra il piano e il corpo 2 sono, rispettivamente, μ_s e μ_d . Sapendo che il sistema è all'equilibrio e che inizialmente i due corpi sono in quiete, determinare:

1. il modulo della forza di attrito statico esercitata sul corpo 2;
2. il modulo della tensione esercitata sul corpo 1 dal filo.

Un corpo di massa m_3 viene appeso sotto al corpo di massa m_1 con velocità iniziale nulla. Determinare:

3. il valore massimo $m_{3,max}$ della massa del corpo 3 affinché il sistema rimanga all'equilibrio;
4. il modulo dell'accelerazione del corpo 1 nel caso in cui $m_3 > m_{3,max}$;
5. il lavoro compiuto dalla forza di attrito dinamico sul corpo 2 in un intervallo di tempo Δt dall'istante in cui il sistema ha iniziato a muoversi nel caso in cui $m_3 > m_{3,max}$.

Problema 2

Su un guscio sferico sottile di raggio R di materiale isolante è distribuita una carica con densità superficiale $\sigma > 0$. A distanza $r_0 > R$ dal centro del guscio sferico è posta una carica puntiforme positiva q , di massa m e inizialmente in quiete. Il guscio sferico è fisso, mentre la carica puntiforme è libera di muoversi. Determinare:

- 6) il modulo della forza elettrica esercitata sul guscio sferico;
- 7) il modulo dell'accelerazione iniziale della carica puntiforme;
- 8) l'energia cinetica della carica puntiforme nell'istante in cui raggiunge una distanza r_1 (con $r_1 > r_0$) dal centro del guscio sferico;
- 9) la differenza di potenziale elettrico $V(r_1) - V(r_0)$ tra due superfici sferiche – di raggio, rispettivamente, r_1 e r_0 – concentriche con il guscio sottile carico;
- 10) come cambierebbero le risposte alle quattro domande precedenti se il guscio sottile fosse sostituito con una sfera isolante piena (con lo stesso raggio R) su cui è distribuita una carica con densità volumetrica $\rho = \frac{3\sigma}{R}$.

Soluzioni

Problema 1

1) Il sistema è all'equilibrio, quindi la risultante delle forze applicate sui due corpi deve essere nulla. Inoltre il modulo della tensione esercitata dalle due estremità del filo ideale è lo stesso. Segue che il modulo della forza di attrito statico vale

$$f_s = m_1 g$$

2) e che il modulo della tensione è

$$T = m_1 g$$

3) la forza di attrito statico che la superficie scabra esercita sul corpo 2 non può superare il valore $\mu_s N_2$, dove N_2 è la forza normale esercitata dal piano stesso. Quindi

$$f_s = (m_1 + m_3) g \leq \mu_s N_2 = \mu_s m_2 g$$

da cui

$$m_3 \leq m_{3,max} = \mu_s m_2 - m_1$$

4) Se $m_3 > m_{3,max}$, il sistema non è più all'equilibrio. Applicando la seconda legge di Newton ai due corpi e tenendo conto dell'inestensibilità del filo, si ottiene che il modulo dell'accelerazione dei due corpi vale

$$a = \frac{(m_1 + m_3 - \mu_d m_2) g}{m_1 + m_2 + m_3}$$

5) applicando le leggi del moto rettilineo uniformemente accelerato si ottiene lo spostamento del corpo 2 nell'intervallo di tempo Δt

$$L = \frac{a \Delta t^2}{2} = \frac{(m_1 + m_3 - \mu_d m_2) g \Delta t^2}{2(m_1 + m_2 + m_3)}$$

quindi il lavoro compiuto dalla forza di attrito dinamico sul corpo 2 vale

$$W_{f_d} = -\mu_d N_2 L = -\frac{(m_1 + m_3 - \mu_d m_2) \mu_d m_2 g^2 \Delta t^2}{2(m_1 + m_2 + m_3)}$$

Problema 2

6) Per la terza legge di Newton, la forza che la carica puntiforme esercita sul guscio sferico è uguale ed opposta alla forza che il guscio esercita sulla carica puntiforme. Il modulo di quest'ultima vale

$$F = qE(r_0) = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0 r_0^2}$$

poiché il campo elettrico generato dal guscio sottile vale

$$E(r_0) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r_0^2}$$

7) dalla seconda legge di Newton segue che l'accelerazione della carica puntiforme nell'istante iniziale, ossia quando si trova a distanza r_0 , è

$$a_0 = \frac{qE(r_0)}{m} = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0 m r_0^2}$$

8) l'energia meccanica della carica puntiforme si conserva, quindi

$$K(r_1) = -\Delta U = -q\Delta V = q(V(r_0) - V(r_1)) = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$$

9) la differenza di potenziale elettrico tra le due superfici sferiche è

$$\Delta V = (V(r_1) - V(r_0)) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right)$$

10) la carica totale presente sulla sfera piena uniformemente carica è uguale a quella sul guscio sferico uniformemente carico

$$Q = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} = 4\pi R^2 \sigma$$

quindi il campo elettrico all'esterno delle due configurazioni è lo stesso e i risultati delle domande precedenti non cambiano.