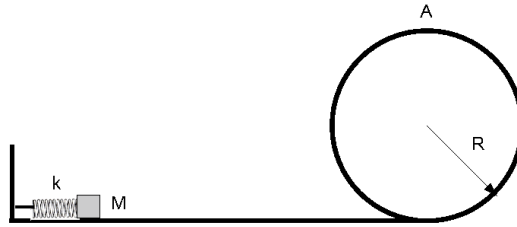


Problema 1



Nell'istante iniziale il corpo di massa m mostrato in figura è in quiete e la molla è compressa di un tratto x_0 rispetto alla sua lunghezza di riposo. La guida è liscia, la resistenza dell'aria è trascurabile e il raggio del cerchio è R ; determinare:

1. la costante elastica della molla sapendo che il corpo raggiunge un'altezza massima h ;
2. la costante elastica della molla sapendo che quando il corpo passa per il punto più basso della guida circolare il modulo della forza di contatto vale N .

Si supponga ora che, prima di entrare nel tratto circolare della guida, ma dopo essersi staccato dalla molla, il corpo di massa m urti elasticamente un secondo corpo di massa $2m$ inizialmente in quiete. Assumendo di conoscere il valore della costante elastica k , determinare:

3. le velocità dei due corpi subito dopo l'urto;
4. la massima altezza raggiunta dal corpo di massa $2m$;
5. la massima accelerazione del corpo di massa m dal momento in cui ritorna in contatto con la molla dopo l'urto.

Problema 2

Si considerino tre condensatori di capacità ignota, di cui si sa però che i condensatori 1 e 2 sono uguali mentre il 3 ha una capacità pari alla metà di quella degli altri due. Inoltre a regime la carica sul condensatore 1 è q_1 . Nel caso in cui i tre condensatori siano collegati in serie ad una batteria ideale con f.e.m. V_0 , determinare:

- 6) le capacità C_1 , C_2 e C_3 dei tre condensatori;
- 7) la differenza di potenziale V_1 , V_2 e V_3 ai capi di ciascuno dei tre condensatori.

Nel caso in cui i tre condensatori siano collegati in parallelo ad una batteria ideale con f.e.m. V_0 , determinare:

- 8) le capacità C_1 , C_2 e C_3 dei tre condensatori;
- 9) l'energia immagazzinata a regime nel condensatore 3.

Al circuito con i condensatori in parallelo si sostituisce la batteria con una resistenza R , determinare:

- 10) dopo quanto tempo la differenza di potenziale ai capi della resistenza si riduce ad un terzo del valore iniziale.

Soluzioni

Problema 1

1) La costante elastica della molla è

$$k = \frac{2mgh}{x_0^2}$$

2) La costante elastica della molla è

$$k = \frac{R(N - mg)}{x_0^2}$$

3) le velocità dei corpi di massa m e $2m$ subito dopo l'urto sono, rispettivamente,

$$v_1 = -\frac{v_0}{3} \quad v_2 = \frac{2v_0}{3}$$

dove $v_0 = x_0\sqrt{k/m}$ è la velocità del corpo di massa m prima dell'urto;

4) la massima altezza raggiunta dal corpo di massa $2m$ è

$$h_{max} = \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{2kx_0^2}{9gm}$$

5) la massima accelerazione del corpo di massa m si ha nel punto di massima compressione della molla $x_{max} = x_0/3$ e vale

$$a_{max} = \frac{kx_{max}}{m} = \frac{kx_0}{3m}$$

Problema 2

6) le capacità C_1 , C_2 e C_3 dei tre condensatori sono

$$C_1 = C_2 = \frac{4q_1}{V_0} \quad C_3 = \frac{2q_1}{V_0}$$

7) la differenza di potenziale V_1 , V_2 e V_3 ai capi di ciascuno dei tre condensatori sono

$$V_1 = V_2 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{V_0}{4} \quad V_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{V_0}{2}$$

8) le capacità C_1 , C_2 e C_3 dei tre condensatori sono

$$C_1 = C_2 = \frac{q_1}{V_0} \quad C_3 = \frac{q_1}{2V_0}$$

9) l'energia immagazzinata a regime nel condensatore 3 è

$$U_3 = \frac{C_3 V_3^2}{2} = \frac{q_1 V_0}{4}$$

10) scarica di un circuito RC con capacità equivalente $C_{eq} = \frac{5q_1}{2V_0}$, quindi la differenza di potenziale ai capi della resistenza si riduce ad un terzo dopo un intervallo di tempo pari a

$$t = RC_{eq} \ln 3 = \frac{5q_1 R}{2V_0} \ln 3$$