

Problema 1

Un corpo di massa m è in quiete su un piano orizzontale scabro caratterizzato da coefficienti di attrito statico e dinamico, rispettivamente, μ_s e μ_d (con $\mu_s > \mu_d$). Il corpo è agganciato ad un estremo di una molla ideale (di massa nulla, lunghezza di riposo l_0 e costante elastica k) disposta orizzontalmente e con l'altro estremo fissato ad una parete verticale. Sapendo che la molla è allungata di un tratto x_0 rispetto alla lunghezza di riposo, determinare:

- 1) il modulo della forza di attrito statico;
- 2) il massimo allungamento della molla x_{max} oltre al quale il corpo inizia a muoversi;
- 3) il valore dell'allungamento x_1 in cui l'accelerazione del corpo si annulla se nell'istante iniziale la molla è allungata di un tratto $x_0 > x_{max}$;
- 4) il lavoro compiuto dalla molla sul corpo da x_0 (con $x_0 > x_{max}$) a x_1 ;
- 5) l'energia dissipata dall'attrito nello stesso tratto della domanda precedente.

Problema 2

Una carica puntiforme $q > 0$ di massa m è attaccata all'estremo superiore di una corda ideale, di massa nulla, con l'estremo inferiore fissato su un piano non conduttore infinito e uniformemente carico con densità superficiale di carica $\sigma > 0$. Sapendo che la corda è tesa e di lunghezza L , determinare:

- 6) il modulo della tensione esercitata dalla corda sulla carica puntiforme;

Sul piano si aggiunge della carica, sempre distribuita uniformemente ma con densità superficiale $\sigma_1 > 0$. Sapendo che la corda può esercitare al massimo una tensione di modulo T_{max} , determinare:

- 7) il valore massimo $\sigma_{1,max}$ che può avere σ_1 affinché la corda non si spezzi;
- 8) la distanza dal piano in cui l'energia cinetica della carica è K_{fin} se $\sigma_1 > \sigma_{1,max}$;
- 9) il tempo impiegato dalla carica puntiforme a raggiungere la posizione della domanda precedente dall'istante in cui si è spezzata la corda.

Se nella domanda 6) la corda fosse sostituita con una molla ideale di lunghezza di riposo l_0 e costante elastica k , determinare:

- 10) la posizione di equilibrio.

Soluzioni

Problema 1

1) il modulo della forza di attrito statico vale

$$f_s = kx_0$$

2) il massimo allungamento della molla x_{max} oltre al quale il corpo inizia a muoversi è

$$x_{max} = \frac{\mu_s mg}{k}$$

3) il valore dell'allungamento in cui si annulla l'accelerazione è

$$x_1 = \frac{\mu_d mg}{k}$$

4) il lavoro compiuto dalla molla è

$$W_{el} = -\Delta U_{el} = \frac{k}{2} (x_0^2 - x_1^2)$$

5) l'energia dissipata è

$$E_{in} - E_{fin} = \mu_d mg (x_0 - x_1)$$

Problema 2

6) Il modulo della tensione è

$$T = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$$

7) il valore massimo $\sigma_{1,max}$ della densità di carica che può essere aggiunta è

$$\sigma_{1,max} = \frac{2\varepsilon_0 T_{max}}{q} - \sigma$$

8) se il filo si spezza, la distanza dal piano vale

$$d_{fin} = L + \frac{2\varepsilon_0 K_{fin}}{q(\sigma + \sigma_1)}$$

9) il tempo impiegato è

$$t_{fin} = \frac{v_{fin}}{a} = \frac{2\varepsilon_0}{q(\sigma + \sigma_1)} \sqrt{2mK_{fin}}$$

10) la posizione di equilibrio vale

$$y_{eq} = l_0 + \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 k}$$