Seconda prova in itinere - 12/2/2016

Problema 1

Il famoso ginnasta russo Sergej Bubka, di massa m, effettua un salto con l'asta di altezza h muovendosi con traiettoria verticale. Sapendo che riceve una spinta dal suolo per un tempo t, calcolare:

1. il modulo della forza totale media che agisce verticalmente sul ginnasta nell'intervallo di tempo in cui rimane a contatto con il suolo.

Problema 2

Un'automobile di massa m sale lungo una strada rettilinea inclinata con velocità costante. Supponendo che il motore sia in grado di sviluppare una potenza P e trascurando ogni attrito, calcolare:

2. il tempo che impiega a salire per una quota di altezza h.

Problema 3

Un cubo di massa m_1 è inizialmente in quiete su un piano orizzontale liscio ed è fissato alla estremità libera di una molla, di costante elastica k e lunghezza di riposo l_0, con la seconda estremità fissata ad una parete. Ad un certo istante viene urtato da un secondo cubo di massa m_2 che prima dell'urto si muoveva contro il primo cubo con velocità v_2. Nell'ipotesi di un urto perfettamente anelastico, calcolare:

3. la pulsazione delle oscillazioni delle due masse;
4. l'ampiezza delle oscillazioni.

Problema 4

Un corpo di massa m_1 si muove lungo l'asse x di un sistema di assi cartesiano, provenendo dal semiasse negativo verso l'origine e con velocità di modulo v_1. Un secondo corpo di massa doppia del precedente, si muove nel terzo quadrante verso l'origine, con velocità la cui componente x vale $v_{2,x}$. I due corpi si urtano nell'origine degli assi coordinati. L'urto è completamente anelastico e dopo l'urto i corpi si muovono nel primo quadrante allontanandosi dall'origine con componente y della velocità pari a V_y. Determinare:

5. il valore della componente y della velocità del secondo corpo prima dell'urto;
6. il modulo della velocità comune dei due corpi dopo l'urto.

Problema 5

Una sfera di legno di raggio R è attaccata all'estremo superiore di una corda ideale, di massa nulla, con l'estremo inferiore fissato sul fondo di una piscina piena di un fluido con densità simile a quella dell'acqua. Sapendo che il legno ha un peso specifico relativo p_s, che la sfera è completamente immersa nel fluido e che la corda è tesa in verticale, determinare:

7. il modulo della tensione esercitata dalla corda sulla sfera;
8. la velocità limite che raggiunge la sfera se la corda viene tagliata sapendo che la viscosità del fluido vale η.

Problema 6

Una siringa di diametro D termina con un ugello di diametro d. Nella siringa, che è inclinata, scorre un liquido non viscoso la cui densità vale ϱ. Sapendo che la velocità del liquido all'uscita dell'ugello vale v, determinare:

9. la velocità del fluido alla base della siringa che si trova più in basso di h rispetto all'ugello;
10. la differenza di pressione tra lo stesso punto della domanda precedente e l'ugello.

Soluzioni

Problema 1

1) Applicando il teorema dell'impulso segue che il modulo della forza totale media che agisce verticalmente sul ginnasta è

$$F_m = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{t} = \frac{m}{t}\sqrt{2gh}$$

dove $v = \sqrt{2gh}$ è la velocità che deve avere il ginnasta nell'istante in cui si stacca dal suolo per raggiungere un'altezza massima pari a h.

Problema 2

2) La macchina si muove di moto rettilineo uniforme, quindi il lavoro totale compiuto sulla macchina è $W_{tot} = 0$ e dunque $W_{motore} = -W_g = \Delta U$. Il tempo impiegato è

$$\Delta t = \frac{W_{motore}}{P} = \frac{\Delta U}{P} = \frac{mgh}{P}$$

Problema 3

3) Dopo l'urto il sistema costituisce un oscillatore armonico di massa $m = m_1 + m_2$, quindi la pulsazione è

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

4) l'ampiezza delle oscillazioni è

$$A = \frac{V}{\omega}$$

dove V è la velocità dei due corpi subito dopo l'urto

$$V = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

quindi

$$A = \frac{m_2 v_2}{\sqrt{k\,(m_1 + m_2)}}$$

Problema 4

Dalla conservazione della quantità di moto segue che:

5) il valore della componente y della velocità del secondo corpo prima dell'urto vale

$$v_{2,y} = \frac{3V_y}{2}$$

6) il valore della componente x della velocità comune dei due corpi dopo l'urto vale

$$V_x = \frac{v1 + 2v_{2,x}}{3}$$

e quindi il modulo della velocità comune dei due corpi dopo l'urto vale

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{\frac{(v_1 + 2v_{2,x})^2}{9} + V_y^2}$$

Problema 5

7) il modulo della tensione esercitata dalla corda sulla sfera vale

$$T = F_A - mg = (1 - p_s)\varrho_a g \frac{4\pi R^3}{3}$$

dove ϱ_a è la densità dell'acqua.

8) la velocità limite è

$$v_{lim} = (1 - p_s)\varrho_a g \frac{2R^2}{9\eta}$$

Problema 6

9) la velocità del fluido alla base della siringa si ottiene utilizzando l'equazione di continuità

$$v_1 = v\left(\frac{d}{D}\right)^2$$

10) applicando l'equazione di Bernoulli si ottiene che la differenza di pressione vale

$$\Delta P = P_1 - P_{atm} = \varrho g h + \frac{1}{2}\varrho v^2\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)$$