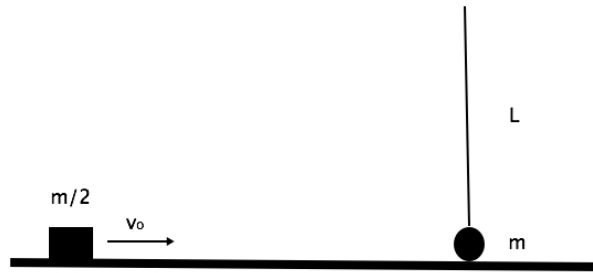


**Problema 1**

Un pendolo semplice di lunghezza  $L$  e massa  $m$  è inizialmente in quiete come mostrato in figura. Un secondo corpo di massa  $m/2$  si muove di moto rettilineo uniforme con velocità  $v_0$  su un piano orizzontale liscio e urta elasticamente il pendolo. Calcolare:

1. la velocità del pendolo subito dopo l'urto;
2. l'accelerazione centripeta del corpo di massa  $m$  quando si trova ad un'altezza  $L/2$  rispetto al piano orizzontale;
3. il lavoro compiuto dalla forza di gravità sul corpo di massa  $m$  dalla posizione iniziale a quella in cui il filo forma un angolo  $\vartheta$  con la verticale;
4. il valore minimo  $v_{0,min}$  che deve avere la velocità iniziale  $v_0$  del corpo di massa  $m/2$  affinché dopo l'urto il pendolo riesca a compiere un giro completo;
5. la tensione esercitata dal filo quando il pendolo ripassa dalla posizione iniziale se  $v_0 > v_{0,min}$ .



**Problema 2**

Su due gusci sferici sottili, non conduttori e concentrici di raggio  $R_1$  e  $R_2$  (con  $R_1 < R_2$ ) è presente una carica distribuita uniformemente con densità superficiale, rispettivamente,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Calcolare:

6. il modulo del campo elettrico ad una distanza dal centro dei gusci  $r = 2R_2$ ;
7. la differenza di potenziale elettrico tra i due gusci;
8. il flusso del campo elettrico attraverso una superficie cubica di lato  $L = 10R_2$  e concentrica con i gusci;
9. l'accelerazione iniziale di una carica puntiforme  $q$  di massa  $m$  che si trova a distanza  $d$  (con  $0 < d < R_1$ ) dal centro;
10. il valore che dovrebbe avere la densità superficiale di carica  $\sigma_2$  sul guscio esterno affinché l'accelerazione della carica puntiforme del punto precedente posta a distanza  $r = 2R_2$  dal centro sia nulla.

## Soluzioni

### Problema 1

1) La velocità del corpo di massa  $m$  subito dopo l'urto è

$$v = \frac{2v_0}{3}$$

2) l'accelerazione centripeta vale

$$a_c = \frac{v(\vartheta)^2}{L} = \frac{4v_0^2}{9L} - g$$

3) il lavoro compiuto dalla forza di gravità è

$$W_g = -\Delta U = -mgL(1 - \cos \vartheta)$$

4) la velocità minima del corpo di massa  $m/2$  prima dell'urto è

$$v_{0,min} = \frac{\sqrt{45gL}}{2}$$

5) la tensione vale

$$T = m \left( g + \frac{v^2}{L} \right) = m \left( g + \frac{4v_0^2}{9L} \right)$$

### Problema 2

6) Il campo elettrico è

$$E = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\epsilon_0} \left( \sigma_1 \frac{R_1^2}{R_2^2} + \sigma_2 \right)$$

7) la differenza di potenziale vale

$$V(R_1) - V(R_2) = \frac{\sigma_1 R_1^2}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

8) il flusso è

$$\Phi = \frac{q_{interna}}{\epsilon_0} = \frac{4\pi}{\epsilon_0} \left( \sigma_1 R_1^2 + \sigma_2 R_2^2 \right)$$

9) il campo elettrico è nullo e quindi anche l'accelerazione

10) la carica sul guscio esterno deve essere uguale ed opposta a quella del guscio interno e quindi

$$\sigma_2 = -\frac{\sigma_1 R_1^2}{R_2^2}$$