

26/4/2017

Problema 1 Un pendolo semplice di lunghezza L e massa m nell'istante iniziale è in quiete e forma un angolo ϑ (con $0 < \vartheta < \pi/2$) con la verticale. Determinare:

- 1) il modulo della velocità del pendolo quando passa per il punto più basso;
- 2) il modulo della tensione del filo nello stesso punto della domanda precedente.

Subito dopo essere passato per il punto più basso il pendolo urta un corpo di massa $M = 2m$ inizialmente in quiete. Sapendo che l'urto è completamente anelastico, determinare:

- 3) il modulo della velocità del pendolo subito dopo l'urto;
- 4) l'energia dissipata nell'urto;
- 5) l'angolo formato dal pendolo con la verticale nel punto di massima altezza raggiunto dopo l'urto.

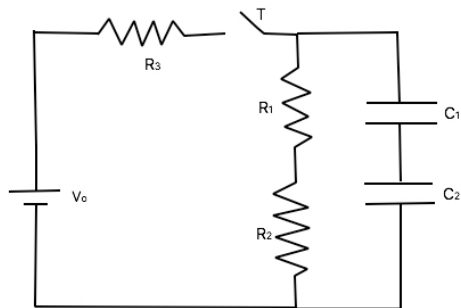
Problema 2

Il circuito mostrato in figura è costituito da una batteria ideale in grado di erogare una f.e.m. di V_0 , tre resistori di resistenza R_1 , R_2 e R_3 , due condensatori di capacità C_1 e C_2 e un interruttore T. Nella configurazione in cui l'interruttore T è chiuso e il circuito è in condizioni stazionarie, determinare:

- 1) la corrente che scorre nella resistenza R_2 ;
- 2) la potenza dissipata per effetto Joule in tutto il circuito;
- 3) la carica sul condensatore di capacità C_1 ;

Ad un certo istante si apre l'interruttore T. Determinare:

- 4) in quanto tempo la carica sul condensatore di capacità C_2 si dimezza;
- 5) l'energia dissipata per effetto Joule durante la scarica completa dei condensatori.



Soluzioni

Problema 1

1) Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene il modulo della velocità

$$v = \sqrt{2gL(1 - \cos \vartheta)}$$

2) applicando la seconda legge di Newton si ottiene il modulo della tensione

$$T = m \left(g + \frac{v^2}{L} \right) = mg(3 - 2 \cos \vartheta)$$

3) la velocità dei due corpi subito dopo l'urto si ottiene applicando la conservazione della quantità di moto

$$V = \frac{v}{3} = \frac{\sqrt{2gL(1 - \cos \vartheta)}}{3}$$

4) l'energia dissipata nell'urto è semplicemente la differenza tra l'energia cinetica complessiva dei due corpi prima e dopo l'urto

$$E_d = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m + M)V^2}{2} = \frac{2mgL(1 - \cos \vartheta)}{3}$$

5) applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene l'altezza massima H del pendolo dopo l'urto

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{L(1 - \cos \vartheta)}{9}$$

da cui segue che

$$\cos \vartheta_f = \frac{(8 + \cos \vartheta)}{9}$$

essendo

$$H = L(1 - \cos \vartheta_f)$$

Problema 2

1) In condizioni stazionarie, la corrente che scorre in R_2 è la stessa che scorre in R_1 e R_3 e vale

$$I = \frac{V_0}{R_1 + R_2 + R_3}$$

2) la potenza dissipata per effetto Joule è

$$P = \frac{V_0^2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

3) i due condensatori sono in serie e quindi con la stessa carica

$$q = C_{eq} \Delta V = C_{eq} (R_1 + R_2) I = \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V_0$$

4) Dopo l'apertura dell'interruttore, i due condensatori si scaricano su R_1 e R_2 con un tempo scala

$$\tau = (R_1 + R_2) \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)$$

quindi la carica si dimezza dopo un intervallo di tempo pari a

$$t_* = \tau \ln 2 = (R_1 + R_2) \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \ln 2$$

5) l'energia dissipata per effetto Joule è pari all'energia inizialmente immagazzinata nei condensatori, ossia

$$E_d = \frac{q^2}{2C_{eq}} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V_0 \right)^2$$