

Problema 1

Dati due vettori posizione nel piano xy $\mathbf{U} = (U_x, U_y)$ e $\mathbf{V} = (V_x, V_y)$, tra di loro perpendicolari, determinare:

1. il valore della componente y del vettore \mathbf{V} .
2. l'angolo formato dal vettore $\mathbf{U} + \mathbf{Z}$ con l'asse delle ascisse, sapendo che $\mathbf{Z} = (Z_x, Z_y)$.

Problema 2

Un aereo per poter decollare deve raggiungere una velocità pari a v_d . Sapendo che l'aereo, inizialmente fermo, si muove con accelerazione costante, determinare:

3. il valore minimo dell'accelerazione affinché l'aereo riesca a decollare su una pista lunga L ;
4. dopo quanto tempo l'aereo decolla se l'accelerazione vale a .

Problema 3

Un corpo di massa m sale su un piano inclinato liscio. Sapendo che il corpo percorre L prima di fermarsi partendo con una velocità iniziale di v_0 , determinare:

5. l'inclinazione del piano;
6. il modulo della reazione normale del piano.

Problema 4

Una scatola, di massa m , è appoggiata sul pavimento di una giostra ad una distanza D dall'asse di rotazione. Sapendo che il coefficiente di attrito statico fra la scatola ed il pavimento della giostra è μ_s , determinare:

7. il modulo della forza di attrito statico sapendo che il periodo di rotazione della giostra è T ;
8. la massima velocità angolare di rotazione della giostra affinché la scatola non scivoli sul pavimento.

Problema 5

Una slitta trainata da una renna viaggia su una pista orizzontale innevata con velocità costante di modulo v . Sapendo che la slitta ha una massa m e che il coefficiente di attrito dinamico tra la slitta e la neve vale μ_d , determinare:

9. il lavoro compiuto dalla renna in un'ora;
10. il lavoro compiuto dalla forza di attrito dal momento in cui la renna abbandona la slitta a quello in cui quest'ultima si ferma.

Soluzioni

Problema 1

1) I due vettori sono perpendicolari, quindi

$$U_x V_x + U_y V_y = 0$$

da cui segue che

$$V_y = -\frac{U_x V_x}{U_y}$$

2) l'angolo vale

$$\theta = \arctan\left(\frac{U_y + Z_y}{U_x + Z_x}\right)$$

Problema 2

3) L'accelerazione minima è quella che permette all'aereo di raggiungere la velocità di decollo v_d esattamente alla fine della pista e vale

$$a_{min} = \frac{v_d^2}{2L}$$

4) l'aereo decolla dopo un intervallo di tempo

$$t_d = \frac{v_d}{a}$$

Problema 3

5) il piano è inclinato di un angolo

$$\theta = \arcsin\left(\frac{v_0^2}{2gL}\right)$$

6) il modulo della reazione normale vale

$$N = mg \cos \theta = mg \sqrt{1 - \left(\frac{v_0^2}{2gL}\right)^2}$$

Problema 4

7) il modulo della forza di attrito statico è

$$f_s = \frac{mv^2}{D} = \frac{4\pi^2 mD}{T^2}$$

8) la massima velocità angolare vale

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu_s g}{D}}$$

Problema 5

9) il lavoro totale compiuto sulla slitta è nullo poiché si muove a velocità costante, quindi il lavoro compiuto dalla renna in un intervallo di tempo t è uguale ed opposto a quello compiuto dalla forza di attrito, quindi:

$$W_r = \mu_d mgvt$$

10) il lavoro compiuto dalla forza di attrito è

$$W_{fd} = -\frac{mv^2}{2}$$