Seconda prova in itinere - 10/2/2017

Problema 1

Un corpo di massa 0.660 kg è aggangiato all'estremità inferiore di una molla ideale, disposta verticalmente e con l'estremità superiore fissata al soffitto. Determinare:

1. la costante elastica della molla sapendo che in condizioni di equilibrio è allungata di 2.40 m rispetto alla lunghezza di riposo;
2. il modulo della velocità del corpo nell'istante in cui la molla è allungata di 0.720 m, sapendo che la velocità è nulla quando la lunghezza della molla è pari a quella di riposo.

Problema 2

Due pendoli semplici di uguale lunghezza 2.20 m sono fissati nello stesso punto del soffitto. Nell'istante iniziale entrambi i pendoli sono in quiete: il pendolo A di massa 1.20 kg forma un angolo 0.320 rad con la verticale, mentre il pendolo B di massa 3.80 kg pende lungo la verticale. Dopo qualche istante il pendolo A urta il B, determinare:

3. l'altezza massima raggiunta dal pendolo B se l'urto è perfettamente elastico;
4. l'energia dissipata nell'urto se quest'utlimo è completamente anelastico.

Problema 3

Un guscio sottile di alluminio di forma semisferica, di raggio 0.130 m e di massa 1.20 kg, galleggia in acqua.

5. Determinare il volume della porzione di guscio che si trova al di sopra della superficie dell'acqua.
6. Nel guscio viene versata lentamente della sabbia, determinare il valore massimo della massa che si può aggiungere senza che il guscio affondi completamente.

Problema 4

Un liquido viscoso scorre in due tubi orizzontali di uguale lunghezza ma con raggi diversi, rispettivamente 0.740 m e 0.350 m. Sapendo che nei tubi scorre la stessa quantità di liquido per unità di tempo, determinare:

7. il rapporto X tra la caduta di pressione ai capi del tubo di raggio minore e quella ai capi del tubo di raggio maggiore.

Problema 5

In un tubo cilindrico inclinato di un angolo 0.630 rad rispetto al pavimento scorre verso il basso dell'acqua. Siano A e B due punti lungo l'asse del tubo distanti tra loro 1.90 m (con A più in basso di B). Sapendo che la velocità del liquido in A è il doppio che in B e che quest'ultima vale 1.60 m/s, determinare:

8. la differenza di pressione tra B e A.

Problema 6

Una bottiglia di spumante metodo classico risposa in cantina distesa orizzontalmente su una superficie liscia. Improvvisamente, a causa dell'elevata pressione, il tappo schizza via con una velocità di 3.70 m/s rispetto al pavimento. Sapendo che la massa del tappo è 13.0 g e quella della bottiglia piena (ma senza tappo) è 1.80 Kg, calcolare:

9. il modulo della velocità della bottiglia subito dopo l'uscita del tappo;
10. il modulo dell'impulso esercitato dalla bottiglia sulla parete contro cui va a sbattere fermandosi.

Soluzioni

Problema 1

1) Nella posizione di equilibrio la forza risultante è nulla, quindi

$$k = \frac{mg}{l_{eq}} = 2.7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

2) applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene

$$v = \sqrt{gl\left(2 - \frac{l}{l_{eq}}\right)} = 3.47\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 2

3) Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene il valore della velocità del pendolo A un attimo prima dell'urto

$$v_{A,in} = \sqrt{2gL\left(1 - \cos\vartheta_A\right)}$$

La velocità del pendolo B subito dopo l'urto si ottiene ricordando che in un urto elastico si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica del sistema costituito dai due corpi,

$$v_{B,fin} = \frac{2m_A v_{A,in}}{m_A + m_B}$$

l'altezza massima raggiunta dal pendolo B si ottiene banalmente applicando la conservazione dell'energia meccanica

$$h_{B,max} = \frac{v_{B,fin}^2}{2g} = \left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right)^2 L\left(1 - \cos\vartheta_A\right) = 0.0257\ \mathrm{m}$$

4) La velocità dei due pendoli subito dopo l'urto si ottiene ricordando che in un urto completamente anelastico si conserva solo la quantità di moto e che i due corpi dopo l'urto di muovono con la stessa velocità

$$V = \frac{m_A v_{A,in}}{m_A + m_B}$$

da cui segue che l'energia dissipata vale

$$E_{dis} = \frac{m_A m_B g L\left(1 - \cos\vartheta_A\right)}{m_A + m_B} = 0.999\ \mathrm{J}$$

Problema 3

5) Poiché il guscio galleggia, la spinta di Archimede deve essere uguale ed opposta alla forza di gravità, quindi il volume del liquido spostato è

$$V_l = \frac{m}{\varrho_l}$$

da cui segue che il volume della porzione di guscio che si trova al di sopra della superficie del liquido vale

$$V = \frac{2\pi R^3}{3} - V_l = \frac{2\pi R^3}{3} - \frac{m}{\varrho_l} = 0.0034\ \mathrm{m}^3$$

6) Man mano che si versa la sabbia, aumenta il volume della porzione di guscio che si trova al di sotto della superficie.Quando questo volume diventa pari al volume totale del guscio si è raggiunto il valore massimo della massa della sabbia che si può aggiungere.

$$m_{s,max} = \frac{2\pi\varrho_l R^3}{3} - m = 3.4\ \mathrm{Kg}$$

Problema 4

7) Il rapporto tra la caduta di pressione ai capi dei due tubi si ottiene applicando la legge di Poiseuille tenendo conto che la portata in volume è la stessa

$$\frac{\Delta P_B}{\Delta P_A} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^4 = 20$$

Problema 5

8) Dall'equazione di Bernoulli segue che

$$P_B - P_A = \frac{3}{2}\varrho v_B^2 - \varrho g L \sin\vartheta = -7140 \text{ Pa}$$

Problema 6

9) La quantità di moto del sistema tappo + bottiglia si conserva, quindi il modulo della velocità della bottiglia è

$$v_{bot} = \frac{m_{tap} v_{tap}}{m_{bot}} = 0.0267 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

10) L'impulso che la bottiglia esercita sulla parete è uguale ed opposto all'impulso che la parete esercita sulla bottiglia che è uguale, per il teorema dell'impulso, alla variazione della quantità di moto della bottiglia stessa. Quindi il modulo dell'impulso è

$$J = m_{bot} v_{bot} = m_{tap} v_{tap} = 0.0481 \text{ Ns}$$