Università di Pisa

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Fisica

Anno Accademico 2003/2004

Elaborato Finale

Determinazione di masse e raggi nelle stelle binarie

Candidato
Mario Gennaro

Relatore
Dr. Scilla Degl'Innocenti

Indice

Introduzione

I continui progressi nello studio della teoria dell'evoluzione stellare richiedono test sempre più stringenti per verificare la correttezza delle previsioni di un particolare modello; a tale scopo sono necessari dati con errori sperimentali i più piccoli possibile. I sistemi binari permettono di ottenere misure accurate di osservabili astrofisiche fondamentali come raggi e masse stellari. In alcuni casi (sistemi staccati, a eclisse e con entrambi gli spettri visibili) gli errori su entrambe queste grandezze possono raggiungere valori molto piccoli. Attualmente sono circa 60 i sistemi da cui si sono ottenuti dati molto precisi; tra questi ne abbiamo selezionati 51 per i quali masse e raggi sono noti con un errore minore o uguale al 2%. Altri tipi di sistemi (binarie semi-staccate o a contatto), pur presentando numerosi aspetti interessanti, non verranno presi in considerazione nella tesina che è rivolta allo studio di sistemi binari in cui le singole stelle evolvono senza influenzarsi a vicenda.

In questo lavoro presenteremo, nelle sue linee principali, il metodo con cui si ricavano masse e raggi nei sistemi con carattere sia di binarie a eclisse, che di binarie spettroscopiche. Passeremo poi all'analisi dei dati disponibili e ai relativi commenti. Infine selezionando alcuni sistemi particolarmente interessanti vedremo come tali dati possano essere sfruttati per dei confronti tra teoria e osservazione, specie per quel che riguarda le previsioni evolutive.

Il campione analizzato si estende su un'ampia regione spettrale (O8-M1) con un gran numero di sistemi specialmente nella zona compresa tra i tipi *late-B* e *late-F*. E' possibile trovare, in questa zona particolarmente coperta del campione, due stelle appartenenti a due sistemi diversi come ad esempio UX Men A e AI Phe A (indicheremo sempre con A la componente più massiccia di una binaria e con B l'altra) le cui masse stimate differiscono di circa lo 0.5% (1.238 $M_\odot$ e 1.231 $M_\odot$ risp.) con raggi però molto diversi (1.347 $R_\odot$ e 2.930 $R_\odot$ risp.). Questo fatto può essere interpretato collocando le due stelle in zone distinte del percorso evolutivo. Ciò mostra come i dati ottenuti per questo campione siano un importante banco di prova per qualunque modello teorico che dovrà, nella fattispecie, riprodurre le caratteristiche delle due stelle a massa fissata ($M \simeq 1.235 M_\odot$) ma per i due diversi valori dell'età dei due sistemi di appartenenza (tenendo naturalmente conto delle possibili differenze nella composizione chimica).

Ciascun sistema binario offre inoltre la possibilità per studiare l'evoluzione di due diverse stelle con la stessa composizione chimica iniziale e stessa età; un buon modello teorico dovrà allora essere in grado di predire i valori osservati di raggi, temperatura, luminosità delle componenti, date le masse misurate e la composizione chimica e l'età del sistema.

Capitolo 1

Determinazione di masse e raggi in sistemi binari staccati

Come già accennato, i sistemi di interesse per questo lavoro sono sistemi staccati che presentano simultaneamente il carattere di binarie spettroscopiche con entrambi gli spettri visibili (SB2) e di binarie ad eclisse o fotometriche (EcB). Il concetto di sistema staccato verrà chiarito meglio in sezione 1.3, ma in sostanza sta ad indicare il fatto che le componenti del sistema non scambiano massa tra loro.

Le SB2 sono stelle il cui moto attorno al comune centro di gravità può essere individuato dallo spostamento (periodico) delle linee di assorbimento degli spettri per effetto Doppler. Le EcB invece presentano caratteristiche curve di luce con diminuzioni di luminosità che corrispondono al passaggio di una stella davanti all'altra.

Le informazioni che si possono ottenere singolarmente dagli spettri o dalle curve di luce sono incomplete (ad esempio dai soli spettri è impossibile conoscere le masse delle singole stelle) e meno precise di quanto richiesto. Quando però per lo stesso sistema sono disponibili buone misure sia spettroscopiche che fotometriche è possibile arrivare alla conoscenza delle masse e dei raggi (espressi in misura lineare, non angolare) delle stelle. Nel seguito descriveremo i principi dei metodi per la determinazione di masse e raggi in tali sistemi. Ci soffermeremo inoltre a discutere alcuni problemi legati alle osservazioni sia spettroscopiche che fotometriche delle stelle binarie.

Oltre ad avere dei dati precisi, dobbiamo assicurarci di poterli effettivamente utlizzare per testare l'evoluzione di stelle singole. Ciò vuol dire che i sistemi da noi scelti non dovranno presentare quei fenomeni che sono peculiari di alcune stelle binarie, come il trasferimento di massa da una componente all'altra, ma in sostanza l'evoluzione di ciascuna stella del sistema dovrà essere quella di una stella singola. La sezione 1.3 di questo capitolo sarà dedicata proprio a questo aspetto oltre che alla verifica che i nostri sistemi realizzano l'ipotesi evolutiva di stella singola.

1.1 Gli elementi orbitali: considerazioni generali

Per elementi orbitali di un sistema binario si intendono una serie di quantità necessarie a determinare completamente la posizione delle due stelle nel cielo ad ogni istante; tali quantità sono:

P periodo dell'orbita. E' di solito espresso in giorni per le binarie spettroscopiche o a eclisse;

i inclinazione dell'orbita. E' l'angolo tra la linea di vista e la normale al piano dell'orbita;

Ω angolo di posizione della linea dei nodi. E' misurato da Nord verso Est, la linea dei nodi è l'intersezione tra il piano dell'orbita e il piano perpendicolare alla linea visuale e passante per la componente 1 (piano tangente);

ω longitudine del periastro. E' l'angolo tra la linea dei nodi e la linea degli apsidi, quest'ultima passa per i punti di massima e minima distanza tra le componenti (periastro e apoastro), in generale si misura nel senso del moto della stella 2;

a semiasse maggiore dell'orbita relativa. E' solitamente espresso in unità astronomiche;

e eccenticità dell' orbita relativa. Indica la forma dell'ellisse, o meglio il suo schiacciamento;

T epoca del passaggio al periastro. E' un istante di riferimento ed è evidentemente determinato a meno di multipli di P.

Elencheremo ora brevemente gli elementi orbitali che possono essere ricavati a seconda dei tipi di binarie, rimandando ai paragrafi successivi la descrizione del metodo con cui tali quantità sono ottenute.

Innanzitutto sia per le EcB che per le SB2 (ma anche per le SB1) è sempre possibile determinare il periodo. Per quanto riguarda le binarie spettroscopiche, dalla forma della curva di velocità si possono conoscere e ed ω mentre Ω e i non possono essere misurati. Altre due (o in alcuni casi tre) quantità possono essere determinate:

V_0 velocità radiale del centro di massa del sistema, indicata anche con γ;

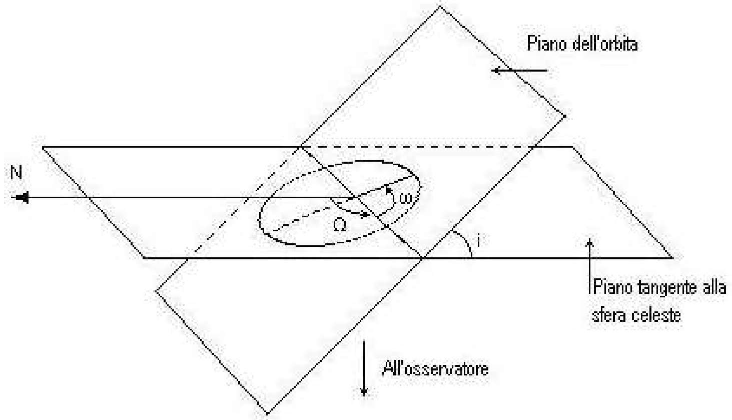

Figura 1.1: Gli elementi orbitali. Adattato da Batten (1973)

K_1 semidifferenza tra la massima e la minima velocità radiale della componente 1;

K_2 semidifferenza tra la massima e la minima velocità radiale della componente 2, questa quantità può essere determinata solo nelle SB2, in cui anche lo spettro della seconda stella è visibile.

Da queste tre quantità si può risalire, come si vedrà nel seguito, alle masse delle componenti (moltiplicate per $\sin^3 i$) e al semiasse maggiore dell'orbita (moltiplicato per $\sin i$).

Nelle EcB è possibile risalire all'eccentricità dell'orbita e e alla posizione della linea degli apsidi ω, inoltre si può ricavare l'inclinazione i, la quale influenza molto la forma della curva di luce. Dalle sole osservazioni fotometriche non si possono determinare però le masse delle componenti mentre è possibile determinare i valori dei raggi delle componenti in unità del semiasse maggiore dell'orbita.

Oltre agli elementi geometrici dell'orbita, ci sono anche altre grandezze fisiche che completano la descrizione di un sistema binario, una di queste è la luminosità relativa tra la primaria e la secondaria (o equivalentemente la differenza di magnitudine tra le due: Δm). Nel caso delle SB2 il rapporto L_1/L_2 può essere dedotto dall'intensità relativa degli spettri. Nelle binarie a eclisse Δm si trova facilmente se una delle eclissi è totale; in questo caso infatti la magnitudine alla totalità è data da quella della stella non eclissata, mentre fuori dall'eclisse essa sarà la somma delle magnitudini delle singole stelle. Se le eclissi sono entrambe parziali è possibile ottenere solo il rapporto tra le brillanze superficiali; consideriamo a titolo di esempio il caso più semplice: un'orbita circolare. In questo caso possiamo dire che l'area occultata nelle due eclissi è la stessa e quindi il rapporto tra le profondità delle due eclissi è proprio quello tra le due brillanze. Tale rapporto è ottenuto per una curva di luce osservata in una data banda fotometrica.

1.2 Gli elementi orbitali: determinazione

1.2.1 Il periodo dell'orbita

Abbiamo già detto che il periodo di una binaria è uno degli elementi che caratterizzano l'orbita. Il motivo per cui tratteremo questa grandezza separatamente dalle altre è che P può essere determinato con una precisione che supera di molto quella degli altri elementi orbitali; nel caso di alcune EcB con delle eclissi profonde e ben definite si può addirittura raggiungere un'accuratezza di una parte su 10^9. Naturalmente l'idea di base è quella di misurare l'intervallo di tempo tra due minimi della curva di luce (EcB) o della curva di velocità (SB2), ma vi sono tutta una serie di problemi che si possono riscontrare. Possiamo però farci un'idea della precisione con cui possono essere misurati i periodi considerando un caso tipico di binaria ad eclisse. Supponiamo di osservare due minimi della curva di luce agli istanti t_0 e t_N, con incertezze di misura uguali δt e supponiamo che tra i due minimi siano passati N periodi; avremo allora:

$$\begin{aligned} NP &= t_N - t_0 \pm \sqrt{2(\delta t)^2} \\ \text{da cui} \qquad P &= \frac{t_N - t_0}{N} \pm \frac{\delta t\sqrt{2}}{N} \, . \end{aligned}$$

Osservando (n+1) minimi e supponendo che l'incertezza di ogni osservazione sia sempre δt, potremo abbassare l'incertezza formale sul periodo di un fattore $\sqrt{n}$, si avrà cioè:

$$\delta P \simeq \frac{\delta t}{\overline{N}}\sqrt{\frac{2}{n}} \; ;$$

qui $\overline{N}$ indica il valor medio di N. Supponendo di poter determinare il minimo con una precisione di 10^{-4} giorni, di aver fatto 20 misure di minimo e che $\overline{N}$ sia dell'ordine di 10, abbiamo già una precisione di $3 \cdot 10^{-6}$ giorni. Naturalmente più osservazioni di minimo si hanno più la precisione migliora (perchè cresce n); se tali osservazioni avvengono poi ad una certa distanza di tempo le une dalle altre la precisione aumenterà ulteriormente a causa dell'aumento di N (per un sistema con un periodo dell'ordine di un giorno $\overline{N}$ può raggiungere un valore dell'ordine di 100 se consideriamo un intervallo di tempo di un anno).

L'osservazione del minimo presenta però spesso dei problemi, ad esempio, per alcune EcB, le curve di luce non presentano dei minimi ben definiti, con un'intensità costante fuori dall'eclisse che diminuisce bruscamente al momento dell'occultazione; al contrario, a causa di effetti come la distorsione delle stelle (per attrazione gravitazionale reciproca) o come la riflessione della luce di una componente da parte dell'altra, la curva di luce può presentare delle variazioni anche nelle fasi intermedie tra le due eclissi; tali variazioni sono generalmente lente e quindi determinare i punti di minimo diventa più difficile (vedi anche figura 1.7).

Nel caso poi di sistemi con due componenti molto simili è possibile addirittura sbagliare la determinazione del periodo per un fattore due. La situazione è la seguente: si osserva una curva di luce con delle eclissi tutte della stessa profondità; ciò che si può pensare è che si tratti di un sistema in cui una delle due stelle, per un qualche motivo, non influenzi la curva di luce nelle misurazioni fotometriche disponibili (può essere il caso in cui una delle componenti è una stella molto più fredda dell'altra). Altrettanto valida è però l'ipotesi che si tratti di un sistema con due componenti di luminosità identiche che quindi ruotano l'una intorno all'altra con un periodo doppio di quello dell'ipotesi precedente. E' questo ad esempio il caso del sistema Y Cigni che contiene due stelle dello stesso tipo spettrale (O9.8) ed ha un periodo di circa 3 giorni. Fino alla fine dell'ottocento la determinazione del periodo di questo sistema è stata incerta proprio per l'effetto discusso sopra. In tempi più recenti questo tipo di incertezza è andata diminuendo anche grazie all'introduzione delle nuove tecniche fotometriche che permettono di osservare eclissi anche molto poco profonde. Il problema può essere poi risolto se il periodo può essere stimato anche con altri metodi, principalmente da osservazioni spettroscopiche. Nel caso, ad esempio, del sistema HD 205372 gli scopritori (Strohmeier et al.1963) annunciarono un periodo (fotometrico) di circa mezza giornata, pensando che si trattasse di un sistema in cui l'eclisse secondaria non era rilevabile. Le osservazioni spettroscopiche mostrarono invece che il sistema era costituito da due stelle con spettri simili, cioè da due stelle con caratteristiche simili che davano origine a due eclissi praticamente indistinguibili; il periodo di HD 205372 è stato allora corretto e portato ad un valore di circa un giorno.

Anche per le SB2 possiamo indicare alcune possibili sorgenti di errore nel momento in cui si vada a ricostruire il periodo dalla curva di velocità. Se ad esempio un sistema ha una grande eccentricità e una longitudine al periastro vicina a $0°$ o a $180°$ allora la velocità delle stelle è praticamente costante per gran parte dell'orbita e poi varia rapidamente per un breve periodo nei passaggi al periastro e all'apoastro. Può essere allora difficile fare delle misure in queste zone dell'orbita e quindi le curve di velocità possono risultare poco precise in alcune fasi.

Un effetto che può produrre errori nell'osservare una qualsiasi variabile periodica (nel nostro caso la luminosità o lo spettro del sistema) è l'*aliasing*. Se le osservazioni vengono effettuate, per un qualche motivo, ad intervalli regolari e tale intervallo di sampling è simile al periodo (o a un suo multiplo intero), il periodo che si osserva può essere molto diverso da quello reale, come è schematizzato in figura 1.2. La variabile che osserviamo, cioè, compie un pò più di un intero ciclo durante il tempo che intercorre tra due misure, mentre all'osservatore può sembrare che la variabile stessa cambi solo di poco. Un modo per ovviare a questo effetto è di "randomizzare" le osservazioni, quando possibile.

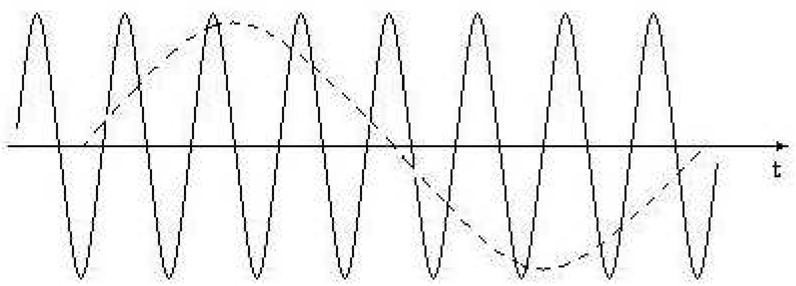

Figura 1.2: Andamento reale di una variabile (linea continua) e andamento misurato quando l'intervallo di campionamento è prossimo al periodo (linea tratteggiata). Adattato da Batten (1973)

1.2.2 Variazioni del periodo

In molti casi, pur tenendo conto di tutti i possibili errori sia strumentali che sistematici, si possono trovare per lo stesso sistema valori di P che differiscono più degli errori stimati, se le misure vengono fatte ad epoche diverse. Tali cambiamenti nel periodo possono essere apparenti, cioè legati a cambiamenti geometrici dell'aspetto dell' orbita relativamente all'osservatore, oppure reali, dovuti cioè a mutamenti fisici nella struttura del sistema.

Due sono le cause riconosciute per i cambiamenti apparenti: il moto degli apsidi e la presenza di un terzo corpo. Per moto degli apsidi si intende la rotazione della linea degli apsidi nel piano dell'orbita. Nel problema classico a due corpi la linea degli apsidi può essere considerata rigorosamente fissa solo se i due oggetti sono puntiformi. Nel nostro caso quindi le due stelle dovrebbero avere raggi molto più piccoli della loro distanza reciproca ($R_1, R_2 \ll a$); se due stelle sono invece molto vicine l'azione della gravità di una sull'altra le deformerà, eliminando così la simmetria sferica di ognuna di esse, così come farà la stessa rotazione delle stelle attorno ai propri assi. In tal caso le stelle non interagiranno più come due punti materiali. Non scenderemo qui nei dettagli, ma basti dire che quanto più una stella è "puntiforme", tanto meno si faranno sentire gli effetti della sua reale estensione sul moto degli apsidi. Con ciò vogliamo dire che il moto degli apsidi è fortemente collegato con il grado centrale di concentrazione delle stelle.

In alcuni casi è inoltre necessario modificare i valori di P_{aps} previsti classicamente, tenendo conto delle correzioni di Relatività Generale; la teoria di Einstein prevede infatti un avanzamento della linea degli apsidi anche per il problema di due masse puntiformi.

Possiamo ora vedere come la rotazione della linea degli apsidi influenzi il tempo che intercorre tra l'osservazione di due eclissi; la derivazione originaria di quanto segue è dovuta a Tisserand (*Comptes Rendus*, 1895). Consideriamo un sistema con due stelle sferiche e con inclinazione del piano dell'orbita pari a 90°. Sia ω la longitudine del periastro, v l'anomalia reale, cioè l'angolo (variabile) tra la congiungente le due stelle e la linea degli apsidi e t sia il tempo di mezzo dell'eclisse. Indichiamo con il pedice "*0*" le grandezze relative alla prima eclisse osservata e con il pedice "E" quelle relative ad un'eclisse che avviene dopo E periodi. Si avrà un'eclisse ogni volta che:

$$v + \omega = \pi/2 + 2\pi E \tag{1.1}$$

con E intero positivo. L'anomalia media M è definita come:

$$M = n\Delta t \ ,$$

dove $n = 2\pi/P$ e Δt è il tempo dal passaggio al periastro. M è legata all'anomalia reale da:

$$M = v - 2e \sin v + \mathcal{O}(e^2) \tag{1.2}$$

e per l'E-sima eclisse avremo allora:

$$M_E - M_0 = \frac{t_E - t_0}{P} \times 2\pi = v_E - v_0 + 2e(\sin v_0 - \sin v_E) \tag{1.3}$$

dalle equazioni 1.1 e 1.3 si ottiene infine:

$$t_E = t_0 + \frac{\omega_0 - \omega_E}{2\pi} \times P + EP + \frac{eP}{\pi} \cos\omega_0 - \frac{eP}{\pi} \cos\omega_E. \tag{1.4}$$

Quest'ultima equazione mostra come $t_E - t_0$ non sia solo un multiplo del periodo, ma presenti dei termini in ω_E che, come detto prima varia nel tempo ed è diverso da ω_0. Se invece del minimo principale consideriamo ora il minimo secondario la situazione sarà molto simile, ma poichè l'anomalia al minimo diventa ora $v = 3\pi/2 - \omega$, nell'espressione del tempo del minimo t'_E avremo i termini variabili di segno opposto rispetto all'equazione 1.4. Quindi i tempi dei due minimi variano in maniera opposta.

Come detto un'altra causa per la variazione apparente del periodo è la presenza di un terzo corpo. Il sistema binario si muoverà allora insieme a questa terza stella in un'orbita generalmente molto grande rispetto alle dimensioni della binaria. Alla variazione della distanza binaria-osservatore corriponde una variazione del tempo che la luce impiega a percorrere tale distanza, e quindi avremo uno spostamento apparente del minimo. Per distinguere i due tipi di cambiamento apparente del periodo è necessario osservare anche il minimo secondario. Se il moto degli apsidi causa variazioni di segno opposto tra i due tempi di minimo, primario e secondario, nel caso di presenza di un'altra stella le variazioni saranno invece praticamente in fase e questo perchè tutto il sistema è in allontanamento (o avvicinamento).

Per quel che riguarda i cambiamenti reali del periodo osserviamo che, poichè $a^3/P^2 \propto M_1 + M_2$, a tali cambiamenti deve corrispondere un cambaimento in a, M_{tot} o entrambi. In realtà, più che la variazione della massa totale, un meccanismo che può influenzare anche molto il periodo di rivoluzione è il *trasferimento di massa* da una stella all'altra di cui però non ci occuperemo dato che in questa tesina ci concentriamo su sistemi staccati.

1.2.3 Le binarie spettroscopiche

Il primo passo nello studio delle SB2 è la ricostruzione della *curva di velocità*. Confrontando uno spettro di laboratorio con quelli di una SB2 presi a istanti successivi si vede come ciascuna riga presenti uno sdoppiamento in cui, nelle varie fasi del moto, i due picchi si "muovono" in direzioni opposte rispetto a un comune baricentro. Dalla legge per lo spostamento Doppler (al primo ordine) si ha:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_{rad}}{c} \tag{1.5}$$

Analizzando gli spostamenti delle righe meglio visibili si risale alla velocità radiale della sorgente. Le moderne tecniche di analisi degli spettri si basano sul confronto degli spettri osservati con spettri ottenuti in laboratorio che riproducono quelli di una stella del tipo spettrale osservato, ma in quiete rispetto all'osservatore (vedi figura 1.3).

Una delle difficoltà di questo tipo di tecnica sta proprio nello scegliere lo spettro "giusto " con cui fare il confronto, sempre ammesso che noi siamo in grado di distinguere negli spettri osservati quelli delle singole componenti. Supponiamo che $I(x)$ sia il nostro spettro di confronto, dove $x = c \ln \lambda$; a causa del moto della stella ciascuna riga sarà spostata come previsto dall'equazione 1.5. Sia $I_j(x)$ il j-esimo spettro osservato, in una data fase dell'orbita, per una componente della binaria ad un dato tempo e in un dato intervallo (x_i, x_f) di lunghezze d'onda. La funzione di correlazione tra gli spettri è:

$$C_j(\Delta x) = \int_{x_i}^{x_f} I(x) I_j(x + \Delta x) dx \; .$$

Supponendo che la distribuzione delle righe nell'intervallo che osserviamo sia casuale, la funzione sarà una gaussiana (nel limite in cui ci siano molte

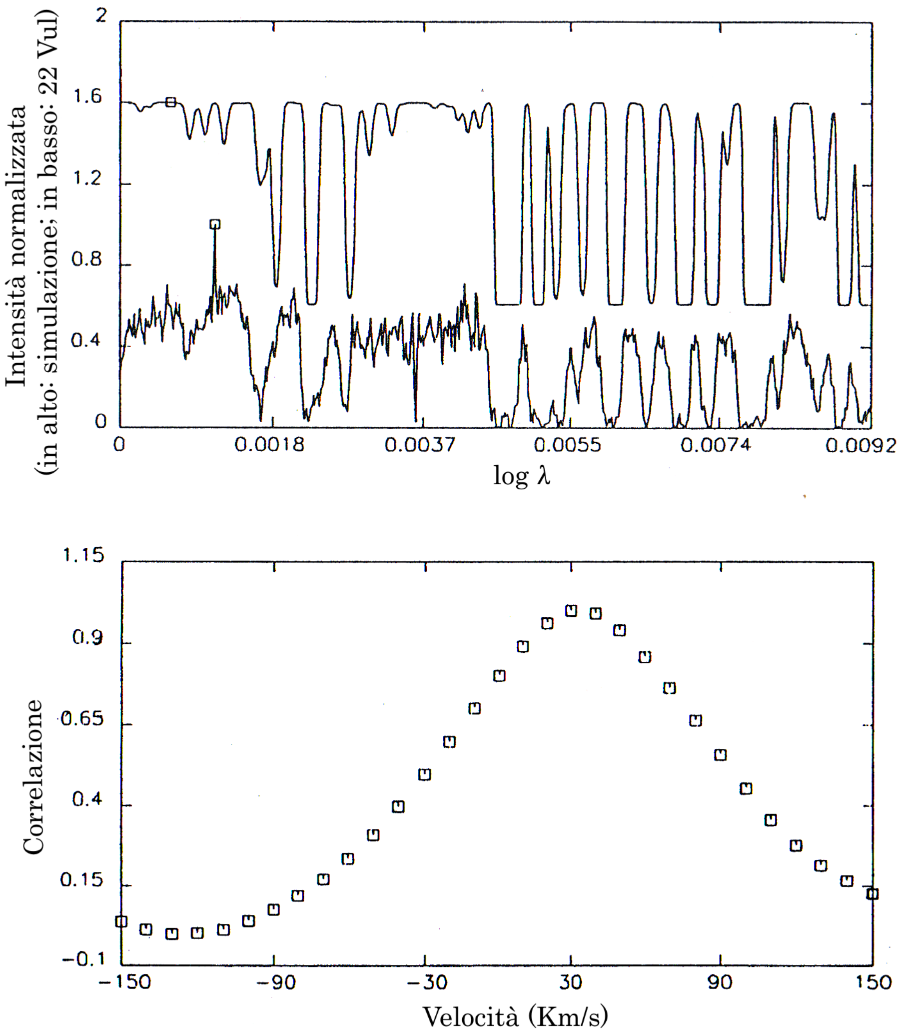

Figura 1.3: In alto: uno spettro osservato (22 Vul vicino al minimo) e il corrispondente spettro simulato. In basso: la relativa funzione di correlazione dei due spettri. Adattato da Shore et al.(1992)

righe) e il massimo ci darà la velocità della stella al momento della j-esima osservazione perchè v_j è legata a Δx da:

$$v_j = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \Delta x_{max}$$

Vediamo ora come si procede ad analizzare la curva di velocità ottenuta riportando i valori v_j così stimati, in funzione della fase dell'orbita. Come si puo vedere da fig.1.4, le curve delle componenti si intersecano in due punti per periodo; in tali punti la velocità relativa è nulla e l'eventuale velocità residua è quella del centro di massa del sistema, che può essere così facilmente misurata.

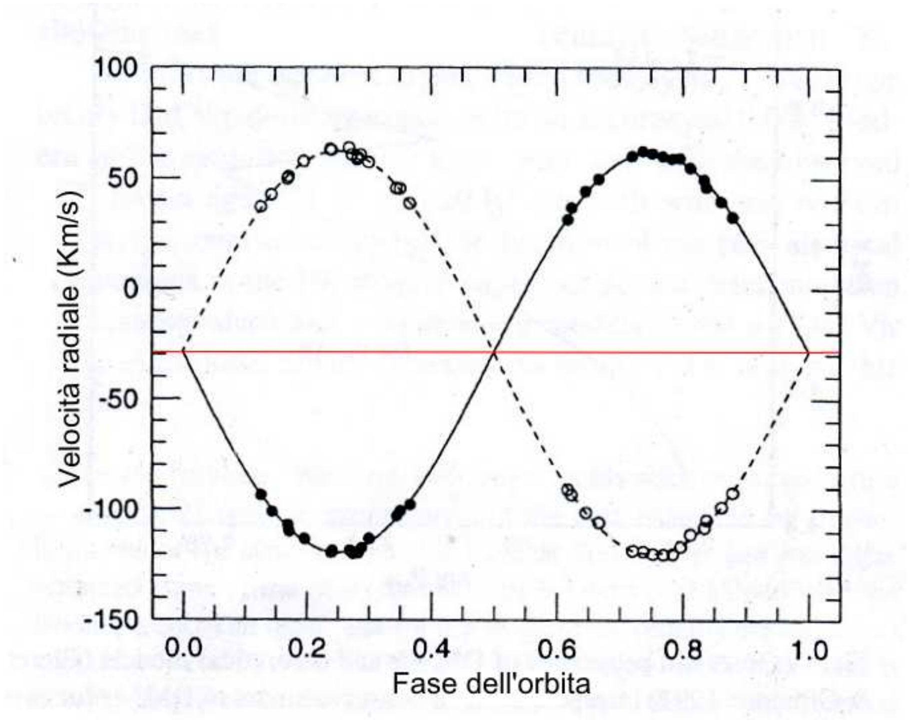

Figura 1.4: Curve di velocità per le componenti della binaria DM Vir. I cerchietti pieni indicano la componente primaria, quelli vuoti la secondaria; la linea continua corrisponde al valore della velocità del centro di massa. Adattato da Latham et al.(1996)

Bisogna però precisare che tutte le velocità così ricavate, non sono le velocità relative delle stelle rispetto all'osservatore, bensì la loro proiezione lungo la *linea visuale*, cioè $v \sin i$, dove v è la velocità relativa e i è l'angolo tra la linea visuale e la normale al piano dell'orbita (inclinazione): aumentando le dimensioni dell'orbita e variando l'inclinazione in modo da lasciare inalterato il prodotto $a \sin i$, dove a è il semiasse maggiore dell'orbita, la curva di velocità non cambia. Pertanto con sole misure spettroscopiche i valori di a e di $\sin i$ non possono essere conosciuti singolarmente, ma solo nella loro combinazione $a \sin i$. Neanche la posizione della linea dei nodi (Ω) può essere ricostruita; la curva di velocità resta infatti invariata per rotazioni del sistema intorno alla linea visuale e quindi Ω è indeterminata. In particolare, per ciascuna SB2 si possono ricavare indipendentemente i prodotti $a_1 \sin i$ e $a_2 \sin i$ dove a_1 e a_2 sono i semiassi maggiori delle orbite delle componenti 1 e 2 attorno al centro di massa (pertanto anche nel caso delle SB1 sarà possibile conoscere $a \sin i$ almeno per l'unica stella con lo spettro visibile).

Analizzeremo ora il moto di una delle componenti, che chiameremo S, attorno al centro di massa G del sistema e tutte le grandezze indicate saranno riferite a tale moto. Prendiamo un sistema di coordinate polari (r,ϕ) con polo in G e con ϕ misurato a partire dalla linea dei nodi, nel senso di moto della stella. sia inoltre v l'anomalia di S, cioè l'angolo formato dalla retta GS con la linea degli apsidi; ne segue immediatamente che:

$$\phi = v + \omega. \tag{1.6}$$

L'ellisse percorsa da S è descritta dall'equazione:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos v}, \tag{1.7}$$

dove, al solito, e è l'eccentricità, a è il semiasse maggiore dell'orbita e r ed a sono misurati nelle stesse unità. Scriviamo infine un'espressione che ci sarà utile e che discende immediatamente dalla seconda legge di Keplero (legge delle aree) e dall'espressione per la velocità areolare istantanea:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi}{P} a^2 \sqrt{1-e^2}. \tag{1.8}$$

Le equazioni 1.6, 1.7 e 1.8 descrivono il moto nel piano dell'orbita; noi però siamo in grado di osservare solo la parte radiale. Consideriamo un altro sistema di riferimento, cartesiano, con origine in G e asse x coincidente con la linea dei nodi e asse y perpendicolare a tale linea e nel piano dell'orbita. I coseni direttori della retta GS e della linea visuale in questo sistema sono ripettivamente: $(\cos\phi, \sin\phi, 0)$ e $(0, \sin i, \cos i)$ e quindi il coseno dell' angolo tra le due rette è dato da $\sin i \sin\phi$ che per la 1.6 è uguale a $\sin i \sin{(v+\omega)}$; pertanto la proiezione z di r lungo la linea visuale è data da:

$$z = r \sin i \sin{(v+\omega)} \tag{1.9}$$

e, per come misuriamo gli angoli, z sarà positivo quando la stella si trova più lontana di G rispetto a chi osserva. La velocità radiale della stella si scrive così:

$$V_R = V_0 + \frac{dz}{dt} \tag{1.10}$$

dove V_0 è la velocità radiale del centro di massa del sistema, che noi supporremo costante. Utilizzando le equazioni 1.7, 1.8 e 1.9 si trova che:

$$V_R = V_0 + K[e\cos\omega + \cos(v+\omega)], \tag{1.11}$$

dove

$$K = \frac{2\pi}{P} \frac{a \sin i}{\sqrt{1-e^2}}.$$

In una SB2 il valore V_0 può essere determinato facilmente perchè corrisponde ai punti dove le due VC delle componenti si intersecano (dove la loro velocità relativa radiale si annulla). Noto V_0 possiamo calcolare altre due grandezze: z_M e z_m, rispettivamente l'escursione massima e minima di z rispetto all'osservatore. z_M, ad esempio altro non è che il tratto percorso da S tra l'istante in cui la sua velocità è massima rispetto all'osservatore (punto M in figura 1.5) e quello in cui è proprio V_0 (punto Q sempre in figura 1.5). Quindi, nota la curva di velocità tra questi due istanti, sarà noto anche il suo integrale che è proprio z_M (un discorso analogo vale per z_m).

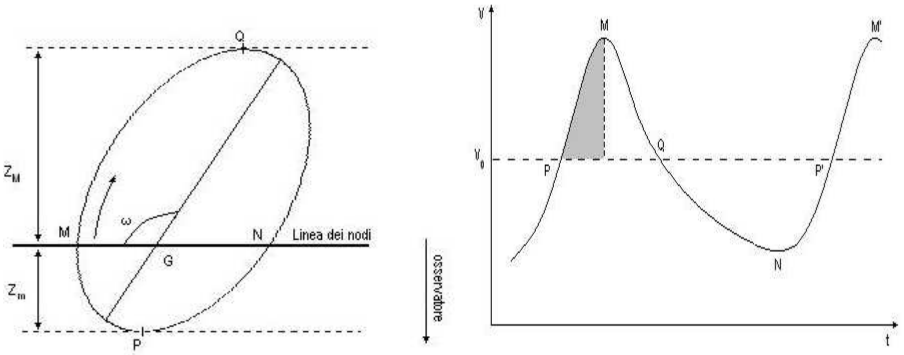

Figura 1.5: A sinistra: punti significativi dell'orbita di una binaria spettroscopica. A destra: corrispondenza qualitativa dei valori della velocità radiale nei vari punti dell'orbita. Adattati da Gratton (1978)

Poniamo ora $A = V_M - V_0$ e $B = V_0 - V_N$, dove V_M e V_N sono le velocità della stella nei punti M (velocità massima rispetto all'osservatore) ed N (velocità minima, sempre rispetto all'osservatore). Dalla 1.11 si ha:

$$A = K(1 + e\cos\omega),\ B = K(1 - e\cos\omega).$$

Da queste due si ottiene:

$$K = \frac{A+B}{2} \tag{1.12}$$

$$e\cos\omega = \frac{A-B}{A+B}. \tag{1.13}$$

Abbiamo così trovato due equazioni nelle incognite $a\sin i$, e ed ω; per determinarle tutte e tre è necessaria un'altra relazione. Consideriamo ora v_P e v_Q, valori dell'anomalia nei punti di minima e massima escursione di S. In tali punti V_R è uguale a V_0 quindi dalla 1.11 si deve avere:

$$\cos(v_P + \omega) = \cos(v_Q + \omega) = -e\cos\omega = -\frac{A-B}{A+B},$$

e quindi:

$$\sin(v_P + \omega) = -\sin(v_Q + \omega) = -\frac{2\sqrt{AB}}{A+B}.$$

Da quest'ultime e dalle 1.7 e 1.9 si ottiene:

$$\begin{aligned} z_m &= -\frac{a \sin i (1-e^2) \sin(v_P + \omega)}{1 + e \cos v_P}, \\ z_M &= \frac{a \sin i (1-e^2) \sin(v_Q + \omega)}{1 + e \cos v_Q}, \end{aligned}$$

dividendo membro a membro si ha:

$$\frac{z_m}{z_M} = \frac{1 + e \cos v_Q}{1 + e \cos v_P} \ ,$$

e con alcuni passaggi abbiamo finalmente l'equazione cercata:

$$e \sin \omega = \frac{2\sqrt{AB}}{A+B} \frac{z_m - z_M}{z_m + z_M}. \tag{1.14}$$

La 1.14 e la 1.13 permettono di ricavare e ed ω; noti questi, dalla 1.12 otteniamo il prodotto $a \sin i$.

Supponendo ora di aver calcolato $a_1 \sin i$ e $a_2 \sin i$, vediamo cosa possiamo dire per le masse. Consideriamo la terza legge di Keplero per il moto relativo attorno al centro di massa :

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \tag{1.15}$$

dove M_1 e M_2 sono le masse delle componenti, $a = a_1 + a_2$ è il semiasse maggiore dell'orbita relativa, P il periodo e G la costante di gravitazione universale ($G = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$). Moltiplichiamo ora ambo i membri della eq. 1.15 per $\sin^3 i$:

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i = \frac{4\pi^2 a^3 \sin^3 i}{GP^2} \tag{1.16}$$

questa equazione, di cui il secondo membro è noto, insieme alla:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{a_1 \sin i}{a_2 \sin i} = \frac{a_1}{a_2} \tag{1.17}$$

ci permette di ottenere $M_1 \sin^3 i$ e $M_2 \sin^3 i$.

Il metodo delle binarie spettroscopiche non ci permette allora di conoscere tutto sulle masse, ma possiamo solo avere una stima inferiore delle stesse ponendo $i = \pi/2$. Vedremo come, con il metodo delle binarie fotometriche sarà invece possibile una misura indipendente di $\sin i$ e così potremo finalmente ottenere i valori assoluti delle masse.

1.2.4 Problemi osservativi nelle binarie spettroscopiche

In questa sezione accenneremo ad alcuni dei principali problemi legati all'osservazione delle binarie spettroscopiche; tali problemi possono dare luogo a errori sistematici nella ricostruzione delle curve di velocità e quindi nella stima delle masse stellari; queste infatti dipendono sia da K, l'ampiezza della variazione totale di velocità, che da e, l'eccentricità del sistema, che a sua volta è legata alla "forma" della curva di luce. L'analisi degli spettri stellari può essere molto problematica anche nel caso di stelle singole; uno dei motivi principali è il cosiddetto *line blending.* Ciascuna riga di assorbimento ha infatti un proprio profilo e quindi una certa larghezza. In alcuni casi due righe abbastanza vicine possono "mischiarsi"(to blend) e distinguerle diventa difficile. Il problema è presente soprattutto nelle stelle dei tipi più caldi (che sono generalmente rotatori più veloci) in cui i profili delle righe sono generalmente allargati a causa dell'effetto Doppler da rotazione.

Nelle binarie, oltre al fenomeno del blending ordinario, si presenta anche il cosiddetto *pair-blending.* A fondersi stavolta sono le righe uguali delle due stelle. Se la distanza tra i centri delle due righe è paragonabile alla larghezza della riga stessa, allora sarà difficile ottenere una stima precisa della posizione reale del minimo. Il pair-blending influenza soprattutto le misure fatte nelle fasi dell'orbita in cui la velocità relativa è bassa, mentre i suoi effetti sono minori in quadratura, dove, essendo la velocità relativa più alta, la separazione tra le righe è maggiore. Un altro tipo di blending si ha per stelle dei tipi più freddi. Queste stelle hanno spettri con molte righe visibili ed è possibile che due righe diverse appartenenti ciascuna allo spettro di una componente si sovrappongano a causa dello spostamento Doppler.

C'è infine un ulteriore fenomeno che può portare a vere e proprie distorsioni nella curva di luce: la riflessione da parte di una componente della luce che proviene dall'altra; si tratta di un effetto che altera anche la curva di luce delle EcB e infatti ne riparleremo nella sezione 1.2.5 dedicata a queste. Le distorsioni nelle curve di velocità possono avere varia origine: in alcuni sistemi può essere la presenza di materia circumstellare ad alterare gli spettri e quindi a rendere problematica l'analisi; in altri casi può essere la luce inviataci da un terzo corpo la causa delle alterazioni; infine può verificarsi il caso in cui la distribuzione dell' intensità luminosa sulla superficie stellare sia tutt'altro che uniforme. E' questo il caso che analizzeremo. Se il "centro di luce" della stella è spostato rispetto al centro di massa, allora la velocità che misureremo sarà quella di un altro punto della stella; inoltre i profili delle righe spettrali potranno non essere più simmetrici e il confronto con gli spettri di laboratorio potrà dar luogo ad errori sistematici. Una delle principali cause di queste asimmetrie nelle stelle binarie è la luce proveniente dall'altra stella. Questa può riscaldare la superfice nella zona illuminata e dar luogo a variazioni di temperatura e di luminosità. In tali casi la modellizzazione della fotosfera come omogenea dal punto di vista termico non è più applicabile e la radiazione che ci giunge dalle diverse zone può presentare caratteristiche anche molto differenti, specie quando le due componenti sono molto diverse tra loro. E' il caso ad esempio del sistema HZ Her che contiene una stella di neutroni e un'altra stella che presenta uno spettro di tipo A nella zona "di fronte" alla compagna e uno tipo F dall'altra parte. Le linee che si formano solo nelle zone "riscaldate" danno quindi valori diversi da quelli delle altre che si formano normalmente nella stella alle sue temperature caratteristiche. Per tenere conto di questo si può suddividere la stella in tante zone assegnando a ciascuna zona una certa temperatura, anche in funzione del riscaldamento prodotto dalla luce incidente. Quindi ogni porzione di superficie sarà caratterizzata da un certo flusso emergente con le righe legate alla temperatura locale. La luce integrata su tutto il disco sarà allora "pesata" dalla distribuzione del flusso e il profilo delle righe sarà pesato dalla velocità della zona dove queste righe sono prodotte.

1.2.5 Le binarie a eclisse

Le binarie a eclisse o fotometriche sono individuabili a causa della periodica variazione delle loro magnitudini. Se si rappresenta la magnitudine osservata in funzione del tempo, si ottiene la *curva di luce*. Per ricavare gli elementi orbitali dalle curve di luce si utilizzano dei programmi che tengono conto anche di una serie di effetti (di cui discuteremo alla fine di questa sezione) che possono rendere complicate le analisi; tali effetti sono la *riflessione* della luce di una componente da parte dell'altra; la *distorsione geometrica* delle stelle, cioè il fatto che le stelle non sono perfettamente sferiche e, nel caso di sistemi stretti, non sono neanche descrivibili come ellissoidi di rotazione a causa della presenza delle forze mareali; il *limb darkening* o oscuramento al bordo e anche il *gravity darkening*.

Per capire come funziona il metodo analizzeremo inizialmente il caso semplice di due stelle sferiche, di luminosità uniforme su tutto il disco; alla fine della sezione cercheremo di illustrare come gli effetti sopra elencati possano modificare la forma (e quindi l'analisi) delle curve di luce. Chiamiamo stella 1 la componente di raggio maggiore e stella 2 l'altra. E' importante notare che non si sa a priori quale delle due stelle è più brillante (la brillanza è la magnitudine per unità di superficie) e non si sa neanche se l'eclisse principale (quella con il minimo più profondo), è quella anulare (2 passa davanti a 1) o quella totale (1 passa davanti a 2).

Osservando la curva di fig.1.6, si nota come tra gli istanti t_1 (primo contatto) e t_2 (secondo contatto), la magnitudine vari con continuità. I due istanti corrispondono rispettivamente all'inizio dell'eclisse principale e all'inizio della fase totale (o anulare) di questa.

Indipendentemente da quale delle due componenti passi davanti all'altra, ciò che conta è che una certa area che chiameremo $\alpha(t)$, appartente a uno dei due dischi, viene occultata. Esprimiamo $\alpha(t)$ in unità di S_2 (l'area

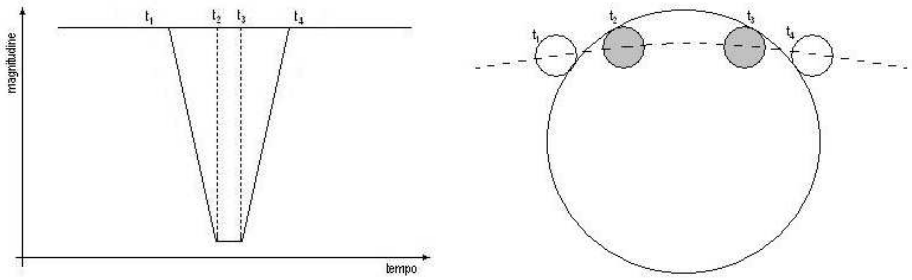

Figura 1.6: Corrispondenza schematica tra curva di luce e fasi del moto. Le stelle sono trattate come dischi di luminosità omogenea; effetti come il limb darkening sono qui trascurati. Adattato da Gratton (1978)

della stella più piccola) e siano $l(t)$ la luminosità del sistema a un istante t e λ_p la luminosità al minimo principale; entrambe quest'ultime sono espresse in unità di $L_{tot} = L_1 + L_2$, la luminosità totale del sistema fuori dall'eclisse. Consideriamo il caso di eclisse totale; in questo caso l'area eclissata appartiene alla componente 2, quindi al minimo principale si ha:

$$\lambda_p = L_1 \ ;$$

quando è eclissata l'area $\alpha(t)$ la luminosità efficace è:

$$\begin{aligned} l(t) &= 1 - \alpha(t)L_2 = 1 - \alpha(t)(1 - L_1) = \\ &= 1 - \alpha(t)(1 - \lambda_p) \ , \end{aligned}$$

da cui si ottiene:

$$\alpha(t) = \frac{1 - l(t)}{1 - \lambda_p} \ . \tag{1.18}$$

Nel caso che l'eclisse principale sia anulare l'area eclissata appartiene alla stella 1 e si ha:

$$l(t) = 1 - k^2\alpha(t)L_1 \ ,$$

dove $k = R_2/R_1$ e quindi la frazione eclissata dell'area della stella 1 è $S_2/S_1 = k^2\alpha$; al minimo si trova invece:

$$\lambda_p = 1 - k^2L_1 \ ,$$

e dalle ultime due equazioni, eliminando L_1 si trova di nuovo la 1.18.

Siano ora m(t) e m_p le magnitudini apparenti ad un istante qualsiasi e al minimo principale e prendiamo come origine dei tempi ($t = 0$) un istante fuori dall'eclisse, in cui la luminosità sarà quella totale; in entrambi i casi descritti sopra si trova allora:

$$m(t) - m(0) = -2,5 \log \frac{l(t)}{L_{tot}} = -2,5 \log l(t) \ , \tag{1.19}$$

dato che, nelle unità di misura scelte, L_{tot} è uguale a 1, e analogamente:

$$m_p - m(0) = -2,5 \log \lambda_p \ ; \tag{1.20}$$

risolvendo le equazioni 1.19 e 1.20 rispetto a l(t) e λ_p si ottengono le seguenti:

$$l(t) = 10^{0.4(m(0)-m(t))} \tag{1.21}$$

$$\lambda_p = 10^{0.4(m(0)-m_p)} \ . \tag{1.22}$$

Le equazioni 1.21 e 1.22 insieme alla 1.18 permettono di calcolare $\alpha(t)$ a partire dalla curva di luce.

Una volta che la funzione $\alpha(t)$ sia nota per via sperimentale, vediamo come da essa si possano ricavare gli elementi orbitali. In sostanza ciò che si fa è costruire una nuova funzione $\alpha_{teo}(t)$, cioè una $\alpha(t)$ teorica che dovrà andare a "fittare" la curva sperimentale. Si tratta di una funzione che dipende dai raggi delle stelle e dalla proiezione δ della distanza tra i centri delle stelle sul piano perpendicolare alla linea di vista (che, a sua volta è legata all'inclinazione dell'orbita). In realtà, essendo α un rapporto tra aree, esso resterà immutato moltiplicando tutte le lunghezze per un fattore costante; di conseguenza la funzione $\alpha_{teo}(t)$ non dipenderà da tutte e tre le variabili δ, R_1 e R_2, ma dai rapporti $\frac{\delta}{R_1}$ e $\frac{R_2}{R_1} = k$. Le $\alpha_{teo}(t)$ possono essere ottenute da modelli anche molto sofisticati, che tengano conto anche di quegli effetti che abbiamo trascurato in quest'analisi semplificata (riflessione, disomogeneità, effetti mareali, ecc...), e di cui parleremo in seguito; in linea di principio è però chiaro che, una volta costruito il modello, sarà possibile scegliere i due parametri in maniera da riprodurre al meglio la $\alpha(t)$ sperimentale e ottenere così la stima dell'inclinazione e del rapporto tra i raggi.

Finalmente siamo in grado di combinare i dati ottenuti per via spettroscopica e per via fotometrica. Dall'orbita spettroscopica abbiamo ricavato i prodotti $a_1 \sin i$, $a_2 \sin i$, $M_1 \sin^3 i$ e $M_2 \sin^3 i$; questi, insieme all'inclinazione i ottenuta per via fotometrica, ci consentono di avere i valori delle masse e dei semiassi maggiori, oltre a quello del semiasse dell'orbita relativa $a = a_1 + a_2$. Infine, essendo a legato a δ e all'inclinazione, e conoscendo dall'analisi fotometrica anche δ/R_1 e R_1/R_2 siamo ora in grado di ricavare anche R_1 e R_2.

Vediamo infine come tener conto degli effetti cui abbiamo accennato all'inizio del capitolo:

Riflessione. Abbiamo già parlato (vedi sezione 1.2.4) di come la luce proveniente dalla compagna possa alterare la temperatura dell'atmosfera e quindi anche lo spettro di una stella in una binaria. Naturalmente anche la curva di luce è modificata dall'effetto della riflessione. Se supponiamo che la stella abbia una certa albedo, la luce riflessa dalla stella 2 e che giunge a noi sarà funzione della luce irradiata dalla stella 1, della distanza tra le due stelle, dei loro raggi e dell'angolo tra la linea dei centri e la linea di vista (in pratica della fase dell'orbita). Si può tenere allora conto di questo termine dipendente dalla fase e inserire le dovute correzioni al modello semplice descritto sopra. La frazione di luce non riflessa sarà invece responsabile del riscaldamento della zona illuminata che provoca le alterazioni sullo spettro emergente descritte nella sezione 1.2.4.

Distorsione geometrica. Le stelle di un sistema binario sono solo approssimativamente degli ellissoidi di rotazione. L'attrazione gravitazionale, in particolare le forze di marea dovute alla presenza della compagna, "deformano" la stella in maniera più o meno grande a seconda della separazione delle due e del loro rapporto di massa. E' facile allora rendersi conto che la superficie che ciascuna stella "mostra" all'osservatore varia in funzione della fase dell'orbita, e quindi varierà di conseguenza la magnitudine della stella; pertanto, specie in sistemi stretti in cui le stelle sono molto deformate la curva di luce può presentare delle variazioni anche nelle fasi tra le due eclissi.

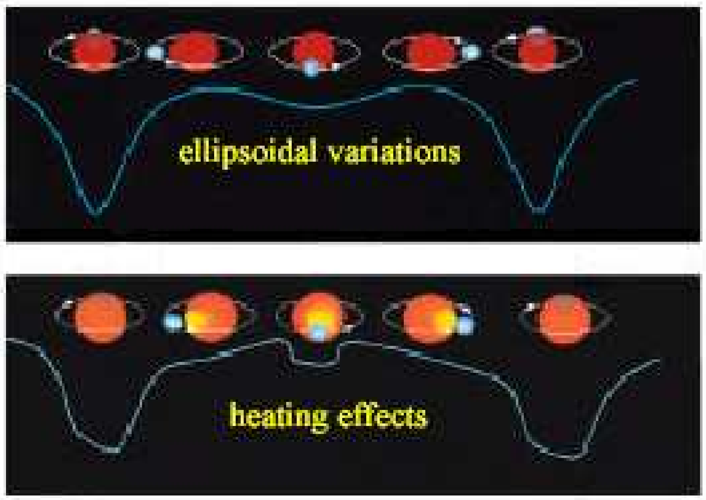

Figura 1.7: In questa immagine sono rappresentati gli effetti della distorsione (in alto) e della riflessione (in basso) sulle curve di luce. In entambi i casi la luminosità varia anche nelle fasi tra il minimo primario e quello secondario; in alto la superficie osservabile della stella più grande (deformata) è massima in quadratura, dove è anche massima la luminosità; in basso si nota la dipendenza della luminosità dalla fase dell'orbita (in pratica dall'angolo formato dalla congiungente la due stelle e dalla linea di vista), la luce della stella più calda (che è quella con raggio minore) riflessa da quella più fredda (che è quella con raggio maggiore) aumenta man mano che ci si allontana dall'eclisse primaria e ci si avvicina a quella secondaria.

Limb darkening. L'intensità luminosa superficiale di un disco stellare vista da un osservatore non è costante, ma decresce dal centro verso il bordo. Assumendo l'equilibrio termodinamico locale, dato che l'emissione è quella di corpo nero, il limb darkening è direttamente collegato all'andamento della temperatura con la profondità ottica, $T(\tau)$. La diminuzione di intensità verso il bordo si può schematizzare nella *legge normale dell'oscuramento al bordo*: $I_\Theta = I_0(1 - u_\lambda + u_\lambda \cos\Theta)$ dove I_0 è l'intensità nel centro, Θ è l'angolo tra la visuale e la normale alla superficie nel punto in questione e u_λ è detto *coefficente di limb darkening per la lunghezza d'onda* λ. Questa relazione è ricavata da opportuni modelli di atmosfera in cui si tiene conto dell'andamento della temperatura con la profondità ottica per ricavare poi, attraverso l'equazione del trasporto, l'intensità in funzione della distanza dal centro. Il fenomeno dell'oscuramento al bordo influenza particolarmente l'eclisse nei punti di contatto, facendo sì che l'ingresso e l'uscita siano più regolari di quanto illustrato in figura 1.6. Infatti le prime zone ad essere eclissate sono anche quelle meno brillanti e quindi la luce della stella eclissata diminuisce in maniera più graduale di quanto non farebbe se il disco fosse omogeneo. Si possono sfruttare osservazioni multibanda delle eclissi di una EcB per studiare la dipendenza di u dalla lunghezza d'onda.

La presenza del limb darkening costituisce una fonte di incertezza nella determinazione dei raggi; infatti, nei programmi di sintesi delle curve di luce, valori dei raggi leggermente diversi possono avere effetti simili ad un cambiamento di u sulle curve calcolate. In generale allora si preferisce inserire nei programmi di analisi fotometriche un valore di u calcolato da modelli di atmosfera e così, pur con le incertezze sui modelli atmosferici le uniche incognite restano gli elementi orbitali (in particolare i raggi delle stelle).

Gravity darkening. Il fatto che le stelle non siano perfettamente sferiche a causa della loro rotazione e delle forze mareali influenza anche la distribuzione del flusso emergente e quindi della temperatura superficiale; in pratica le due condizioni che la stella sia all'equilibrio idrostatico e che il flusso sia conservato ($\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{F} = 0$) fanno sì che le superfici equipotenziali non coincidano con quelle isoterme. Il flusso uscente deve avere una simmetria sferica, quindi l'energia irradiata da una stella entro un certo angolo solido $d\Omega$ è costante. La superficie stellare non è però sferica (a causa della rotazione e della presenza dell'altra stella) pertanto nelle varie zone della superficie stessa il flusso emergente sarà diverso, e diversa sarà la temperatura locale. Von Zeipl mostrò che, per esterni in equilibrio radiativo, il flusso è direttamente proporzionale alla gravità superficiale, quindi la temperatura è legata alla gravità superficiale da $T_{eff} \approx g^{0.25}$, dove T_{eff} e g sono definiti localmente ($F \propto T^4$).

L'accelerazione g è il gradiente del potenziale effettivo, che tiene conto anche del potenziale centrifugo. Essa è quindi data dalla somma dell'accelerazione di gravità (rivolta verso il centro) e del termine centrifugo (rivolto verso l'esterno in un piano perpendicolare all' asse di rotazione); g è minore all'equatore che ai poli poichè il termine centrifugo dell'accelerazione dipende linearmente dalla distanza dall'asse di rotazione. Pertanto la temperatura effettiva sarà maggiore ai poli che risulteranno più brillanti dell'equatore. Anche in questo caso allora bisognerà tener conto di una disomogeneità nella luminosità della stella; tale disomogeneità sarà simmetrica ripetto all'equatore mentre nel caso del limb darkening la simmetria era centrale.

Nelle stelle con inviluppo convettivo il trasporto di energia avviene secondo un meccanismo completamente diverso; pertanto la dipendenza del flusso emergente (e quindi della T_{eff}) dall'accelerazione di gravità sarà diversa. In particolare è stato trovato che $T_{eff} \approx g^{0.08}$, una dipendenza più debole che per esterni radiativi; pertanto l'effetto del gravity darkening sarà minore per stelle con esterni convettivi.

1.3 Evoluzione di singola stella nelle binarie: modello di Roche

Come accennato all'inizio di questo capitolo, esistono nelle binarie delle peculiarità che non si riscontrano nelle stelle singole; non tratteremo qui i numerosi e affascinanti aspetti propri dei sistemi binari peculiari, ma cercheremo di mostrare sotto quali condizioni le componenti di una binaria si evolvono come stelle singole. Inoltre vedremo che nei sistemi da noi analizzati queste condizioni sono effettivamente verificate.

Consideriamo un sistema di riferimento che ruota con velocità Ω, la stessa velocità del moto orbitale delle due stelle; per semplificare il calcolo supponiamo che l'orbita sia circolare e quindi Ω costante. Prendiamo come origine degli assi il centro di massa della binaria, con l'asse X passante per i centri delle stelle e l'asse Z perpendicolare al piano dell'orbita. Se assumiamo che le due stelle siano sferiche e che ruotino in maniera sincrona al moto orbitale (in modo che tutto il sistema possa essere considerato come un corpo rigido) allora il potenziale gravitazionale generato da ciascuna stella è dato da quello di una massa puntiforme posta nel centro della stella. Il potenziale totale di cui risente una massa campione posta nel punto $P \equiv (x, y, z)$ è allora:

$$\Phi(x, y, z) = G(\frac{M_1}{r_1} + \frac{M_2}{r_2}) + \frac{\Omega^2}{2}(x^2 + y^2) ,$$

la velocità Ω è data dalla terza legge di Keplero:

$$\Omega^2 = G\frac{M_1 + M_2}{a^3} .$$

Supponendo che la stella sia fatta di un fluido che interagisce solo gravitazionalmente possiamo allora dire che la superficie della stella sarà una superficie per cui $\Phi(x, y, z) = cost$, cioè una superficie equipotenziale. La soluzione di tale equazione per grandi valori della costante è data da due superfici separate; man mano che la costante decresce (cioè il potenziale diminuisce) tali superfici si avvicinano fino a toccarsi nel punto L_1, detto primo punto di Lagrange. In figura 1.8 sono illustrate due superfici particolari: la prima è quella per cui i lobi corrispondenti alle due stelle, detti *lobi di Roche* si intersecano nel punto L_1. Tale punto riveste un enorme importanza; se infatti una delle due stelle riempie il proprio lobo di Roche, essa inizierà a perdere materia proprio attraverso L_1 e tale materia potrà ad esempio andare ad arricchire un disco di accrescimento attorno alla compagna. La seconda curva illustrata è quella corrispondente ad un altro punto particolare: L_2, secondo punto di Lagrange, attraverso cui tutto il sistema può perdere massa.

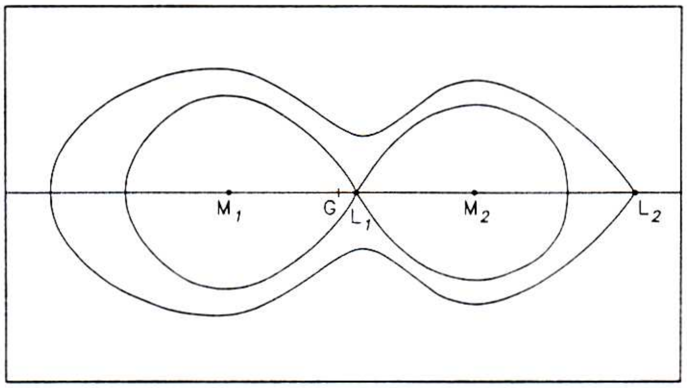

Figura 1.8: Superfici equipotenziali critiche per un sistema con un rapporto di massa pari a 0.8. L_1 ed L_2 sono i punti di Lagrange, M_1 ed M_2 i centri delle stelle e G il centro di massa del sistema. Adattato da Batten (1995)

Bisogna naturalmente richiamare l'attenzione sulle approssimazioni che si fanno nell'introdurre i lobi di Roche. Innanzitutto non è detto che l'orbita delle binarie sia circolare o sincrona; in secondo luogo la presenza della compagna e la stessa rotazione possono deformare ciascuna stella e farle perdere la simmetria sferica che ci permette di considerare il potenziale della stella come quello di una massa puntiforme. Inoltre non è detto che il fluido di cui è costituita la stella interagisca solo gravitazionalmente ma, poichè esso è costituito di particelle cariche probabilmente ci sarà un contributo legato alla presenza di campi magnetici. Queste correzioni, di cui peraltro non è facile tenere conto, fanno però perdere il senso della descrizione semplice che abbiamo utilizzato per i nostri scopi. Ciò che infatti vogliamo mettere in evidenza è che la presenza della compagna pone un limite alle dimensioni che una stella può raggiungere in una binaria senza che la sua evoluzione come stella singola venga alterata.

Può sembrare contradditorio parlare di una stella che "riempie" il proprio lobo di Roche quando le equazioni per le superfici equipotenziali sono state ricavate per una massa puntiforme. Il fatto è che attraverso varie prove sperimentali, sfruttando soprattutto il moto degli apsidi (vedi sezione 1.2.1), si è visto che la materia di una stella è fortemente concentrata nel nucleo e quindi l'approssimazione di massa puntiforme appare giustificata.

Sulla base di quanto detto possiamo ora precisare meglio il concetto di sistema staccato; i sistemi binari si possono infatti classificare in:

sistemi staccati in cui nessuna delle due stelle riempie il proprio lobo di Roche;

sistemi semi-staccati in cui una delle due stelle riempie il proprio lobo di Roche;

sistemi a contatto in cui entrambe le stelle riempiono il proprio lobo di Roche.

E' comodo, a questo punto introdurre il cosiddetto raggio di Roche, R_{Roche}, come il raggio di una sfera di volume equivalente a quello del lobo di Roche. Tale raggio sarà una funzione della distanza a tra le due stelle e del loro rapporto di massa q; si avrà cioè $R_{Roche} = af(q)$ dove $f(q)$ può essere calcolata. Eggleton(1983) da un fit delle superfici equipotenziali ha trovato:

$$f(q) = \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})} ,$$

In tabella 1.3 sono riportati i valori per i raggi di Roche ottenuti con la formula di Eggleton, confrontati con quelli delle stelle del nostro campione. Vengono inoltre riportati i valori del periodo e del semiasse maggiore calcolato a partire dalla terza legge di Keplero. Tutti i nostri sistemi risultano staccati; il sistema "meno staccato" è χ^2 Hya la cui primaria ha un raggio pari al 80% del suo raggio di Roche secondo Eggleton.

E' da notare che solo due dei nostri sistemi contengono stelle giganti: TZ For e AI Phe (vedi tabella A); questo è un chiaro effetto di selezione dovuto al fatto che le stelle giganti riempiono più facilmente il proprio lobo di Roche[1]. Solo sistemi con a grande possono contenere una gigante con raggio minore di R_{Roche} ed infatti i periodi e i semiassi maggiori dei due sistemi in questione sono i più grandi in tabella 1.3.

[1] A parità di masse e di semiasse maggiore dell'orbita i lobi di Roche sono uguali, ma le giganti hanno raggi che possono essere 10 o persino 100 volte più grandi dei raggi di stelle di sequenza principale

Sistema	Periodo (giorni)	$a/R_\odot$	Primaria		Secondaria	
			$R/R_\odot$	$R_{Roche}/R_\odot$	$R/R_\odot$	$R_{Roche}/R_\odot$
EM Car	3.41	33.74	9.34	12.98	8.33	12.59
Y Cyg	2.99	28.46	5.93	10.86	5.78	10.71
V478 Cyg	2.88	27.32	7.42	10.40	7.42	10.30
CW Cep	2.73	24.23	5.68	9.42	5.18	8.94
QX Car	4.48	29.83	4.29	11.53	4.05	11.08
V539 Ara	3.17	20.53	4.50	8.07	3.42	7.49
CV Vel	6.89	34.98	4.09	13.31	3.95	13.20
U Oph	1.68	12.76	3.44	4.95	3.01	4.72
DI Her	10.55	43.20	2.68	16.87	2.48	15.87
V760 Sco	1.73	12.89	3.01	4.97	2.64	4.80
GG Lup	1.85	11.91	2.38	5.03	1.73	4.01
ξ Phe	1.67	11.04	2.85	4.60	1.85	3.78
χ^2 Hya	2.27	13.39	4.38	5.44	2.17	4.71
IQ Per	1.74	10.59	2.45	4.67	1.50	3.38
PV Cas	1.75	10.85	2.24	4.13	2.29	4.09
V451 Oph	2.20	12.28	2.64	4.83	2.03	4.48
WX Cep	3.38	16.06	3.99	6.21	2.71	5.97
TZ Men	8.57	27.96	2.02	11.83	1.43	9.40
V1031 Ori	3.41	16.04	4.32	6.19	2.98	5.97
β Aur	3.96	17.63	2.77	6.73	2.63	6.63
GG Ori	6.63	24.84	1.85	9.42	1.83	9.41
SZ Cen	4.11	17.95	4.55	6.83	3.62	6.77
YZ Cas	4.47	17.61	2.53	7.51	1.35	5.87
V624 Her	3.90	16.77	3.03	6.64	2.21	6.08
GZ CMa	4.80	19.34	2.49	7.49	2.13	7.17
V1647 Sgr	3.28	14.94	1.83	5.80	1.67	5.53
EE Peg	2.63	12.16	2.09	5.12	1.31	4.11
AI Hya	8.29	27.64	3.91	10.67	2.77	10.28
VV Pyx	4.60	18.78	2.17	7.12	2.17	7.11
TZ For	75.67	119.50	8.32	45.80	3.96	44.76
EK Cep	4.43	16.65	1.58	7.17	1.31	5.48
WW Aur	2.53	12.18	1.88	4.72	1.88	4.51
KW Hya	7.75	24.94	2.13	10.07	1.48	8.84
RS Cha	1.67	9.14	2.14	3.48	2.34	3.45
MY Cyg	4.01	16.28	2.19	6.15	2.19	6.19
FS Mon	1.91	9.44	2.05	3.67	1.63	3.49
PV Pup	1.66	8.62	1.54	3.27	1.50	3.26

Sistema	Periodo (giorni)	$a/R_\odot$	Primaria		Secondaria	
			$R/R_\odot$	$R_{Roche}/R_\odot$	$R/R_\odot$	$R_{Roche}/R_\odot$
V442 Cyg	2.39	10.82	2.07	4.20	1.66	4.00
RZ Cha	2.83	12.18	2.26	4.62	2.26	4.61
BW Aqr	6.72	21.31	2.06	8.20	1.79	7.94
DM Vir	4.67	16.77	1.76	6.36	1.76	6.35
AD Boo	2.07	9.49	1.61	3.72	1.21	3.47
V1143 Cyg	7.64	22.84	1.35	8.72	1.32	8.59
RT And	0.63	3.99	1.26	1.62	0.90	1.41
UX Men	4.18	14.69	1.35	5.61	1.27	5.53
AI Phe	24.59	47.79	2.93	18.25	1.76	17.97
FL Lyr	2.18	9.18	1.28	3.67	0.96	3.29
EW Ori	6.94	20.36	1.14	7.77	1.14	7.66
CG Cyg	0.63	3.73	0.89	1.46	0.84	1.36
HS Aur	9.82	23.38	1.00	8.91	0.87	8.81
YY Gem	0.81	3.86	0.62	1.46	0.62	1.46

Tabella 1.1: Confronto tra i raggi osservati e i raggi di Roche per le stelle del nostro campione. I periodi e i raggi sono tratti da Andersen (1991) e Lastennet & Valls-Gabaud (2002); tutti i valori sono stati arrotondati alla seconda cifra dopo la virgola; i semiassi maggiori sono stati calcolati a partire da masse, raggi e periodi con la terza legge di Keplero; i valori di R_{Roche} sono stati calcolati dalla relazione $R_{Roche} = af(q)$ dove $f(q)$ è dato dalla formula di Eggleton.

Capitolo 2

Analisi dei dati

In questo capitolo verranno presentati e discussi i dati che sono raccolti nella tabella in Appendice A. Si tratta di un insieme di circa 50 sistemi che sono stati selezionati secondo il criterio già adottato in Andersen (1991): gli errori sulle masse e sui raggi delle stelle del campione devono essere inferiori al 2%. Il sistema YY Gem è stato incluso, nonostante un incertezza leggermente maggiore, perché è uno dei pochi sistemi che coprono la zona delle stelle con masse minori di $1M_{\odot}$. Gran parte dei dati presentati sono tratti dall'articolo di rassegna di J.Andersen(1991)[1]; ai 45 sistemi ivi elencati ne sono stati aggiunti altri 6 segnalati in tabella da un asterisco ($*$) accanto al nome; per 5 altri sistemi, appartenenti alla lista originaria di Andersen i dati sono stati aggiornati come indicato da Lastennet e Valls-Gabaud (2002)[2] ; tali sistemi sono segnalati da un cerchietto pieno ($\bullet$). Tutte queste binarie, ad eccezione di FS Mon e di GG Ori (i cui dati sono stati pubblicati successivamente all'articolo di Lastennet e Valls-Gabaud), sono state prese in considerazione in LVG per un'approfondita analisi sui modelli di evoluzione stellare di cui ci occuperemo più in dettaglio nel prossimo capitolo, dedicato proprio ad alcuni usi possibili dei dati. Per attenerci ai criteri adottati da LVG i valori di T_{eff} riportati in tabella sono quelli presentati in A91, pur essendo disponibili misure aggiornate per alcuni sistemi; in LVG gli autori hanno preferito infatti mantenere un campione più omogeneo piuttosto che prendere valori di T_{eff} determinati da vari autori con criteri diversi e hanno quindi scelto di utilizzare i dati di A91. Per il sistema Y Cyg non abbiamo trovato una misura del colore $(B-V)_0$ ma per poter riportare le masse e i raggi delle stelle del sistema nei grafici 2.4 e 2.5 abbiamo adottato un valore verosimile di -0.29. Nella tabella di Appendice A non sono stati riportati (per motivi di spazio) i valori dei periodi e dei semiassi maggiori; tali valori sono però presentati in tabella 1.3.

Le stelle del nostro campione sono essenzialmente stelle di MS (main-

[1]d'ora in poi ci riferiremo a questo articolo con A91.
[2]d'ora in poi LVG.

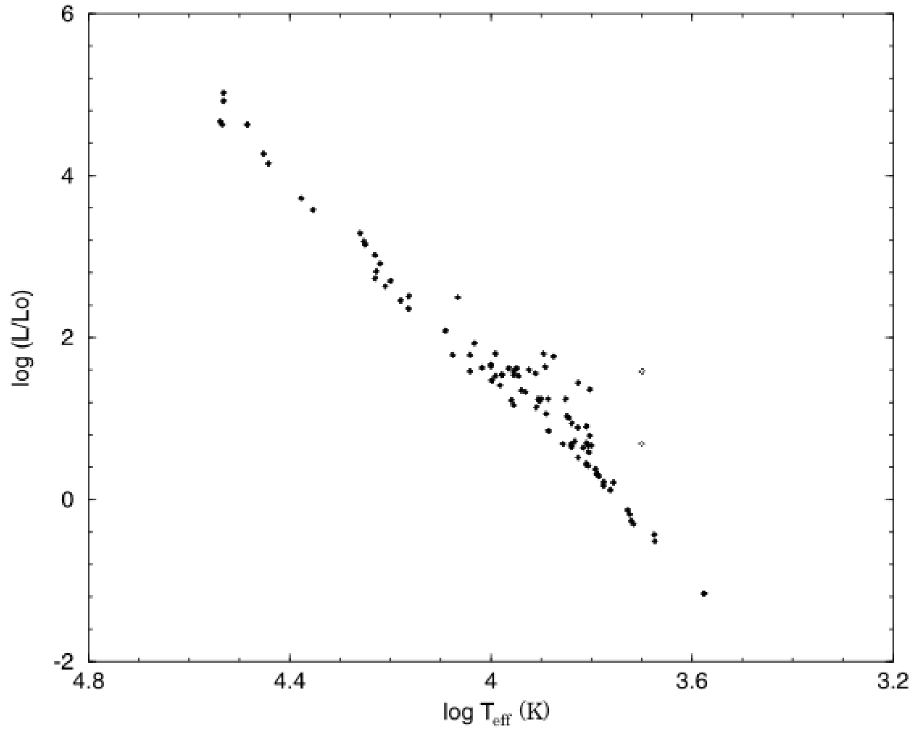

Figura 2.1: Diagramma di HR per le stelle del nostro campione; le giganti sono indicate da un cerchietto vuoto.

sequence, sequenza principale) ma con alcune eccezioni. Le componenti più massive di TZ For e AI Phe sono chiaramente delle stelle evolute (giganti) e sono indicate nei grafici che seguono con un cerchietto vuoto (tra l'altro TZ For B è anch'essa fuori dalla MS essendo una subgigante). Lo studio di AI Phe sarà approfondito nel paragrafo 3.4.1. Sono inoltre presenti dei sistemi con stelle ancora in fase di pre-MS: EK Cep (la cui secondaria si sta ancora contraendo verso la ZAMS[3]) e il sistema RS Cha per il quale si può notare dai dati che la secondaria (la stella di massa minore) ha un raggio maggiore di quello della primaria; ciò indica che RS Cha B si sta ancora contraendo dalla nube da cui ha avuto origine.

In figura 2.1 è rappresentato il diagramma di HR per le stelle del nostro campione. Si può vedere come quasi tutte le stelle si dispongano lungo un'unica sequenza costituita dalle stelle che bruciano H in He nel nucleo (la sequenza principale appunto) mentre le due giganti si trovano, a parità

[3]Zero Age Main Sequence: luogo dei punti del diagramma di HR in cui le stelle entrano in sequenza prinipale e sono quindi completamente sorrette dalle reazioni di fusione di H in He nel nucleo, con l'idrogeno ancora sostanzialmente incombusto ed i prodotti intermedi di reazione all'equilibrio.

di temperatura, a luminosità maggiori. Si tratta infatti di stelle con un inviluppo molto più espanso rispetto a quelle di MS e dalla relazione $L = 4\pi R^2 \sigma_{SB} T_{eff}^4$ tra luminosità, raggio e temperatura (vedi in seguito sezione 2.3) si vede che, a parità di temperatura, stelle con raggi maggiori sono più luminose. Si nota anche come la MS non sia in realtà una "linea", ma piuttosto una "banda" con una certa larghezza; come spiegato in seguito ciò è dovuto alle diverse composizioni chimiche e alle differenti età delle stelle qui considerate, sono questi due parametri, oltre alla massa, a determinare il punto occupato da una stella nel diagramma di HR (vedi sezione 2.1).

Gli errori dei dati riportati in tabella sono molto piccoli non solo per le masse e per i raggi, ma anche per le temperature efficaci, le luminosità e le gravità superficiali. Dobbiamo però stare attenti al diverso grado di confidenza con cui possiamo considerare tali errori. Le masse e i raggi sono ricavati direttamente dall'analisi (che è illustrata nelle sue caratteristiche generali nel precedente capitolo) delle curve di luce e di velocità; in sistemi così ben staccati (vedi sezione 1.3) non ci sono particolari complicazioni nei modelli fisici da utilizzare per le analisi e gli eventuali miglioramenti possibili nei valori di masse e raggi possono venire essenzialmente da migliori dati osservativi. Quindi i dati trovati finora potranno essere certamente raffinati (come peraltro è avvenuto per alcuni sistemi negli ultimi 10-12 anni) ma non drasticamente cambiati. Anche i valori di $\log g$, che sono semplicemente ricavati da massa e raggio ($g = GM/R^2$) sono allora molto significativi.

Un discorso diverso vale invece per la temperatura. Innanzitutto T_{eff} è una quantità "comoda" per descrivere in qualche modo lo stato termico della parte dell'atmosfera stellare a noi visibile (fotosfera), ma non è detto che essa sia la stessa su tutta la superficie stellare: abbiamo già visto come la riflessione o il gravity darkening possano alterare l'equilibrio termico delle atmosfere stellari, pertanto T_{eff} è da intendendersi come una temperatura media della fotosfera. Anche nel caso in cui tali effetti siano trascurabili, restano ancora dei problemi legati alla reale "affidabilità" dei valori di T_{eff} riportati. Pur presentando piccoli valori formali dell'errore, tali dati possono infatti nascondere errori sistematici. Le T_{eff}, infatti, non sono "misurate" in senso stretto, ma ricavate da altre osservabili, ad esempio dagli indici di colore (una trattazione più ampia del problema è presentata nella sezione 3.3); gli errori di cui parliamo quindi sono legati alle ipotesi fisiche che stanno dietro alla calibrazione della relazione colore-temperatura. La luminosità e la magnitudine presentano simili problemi di affidabilità, essendo ricavate (vedi in seguito) facendo uso anche delle T_{eff}.

In tabella sono anche riportati i valori dell'indice di colore $(B-V)_0$ e del tipo spettrale. Per quel che riguarda i primi rimandiamo le considerazioni alla sezione 2.1; i tipi spettrali sono ricavati dall'analisi degli spettri delle stelle e indicano qualitativamente le caratteristiche della radiazione ricevuta (più precisamente la presenza di particolari righe di assorbimento). Poichè la formazione delle righe dipende dalla temperatura degli strati superficiali e dal valore di g (o meglio dal gradiente di pressione che è legato a g dall'equazione dell'equilibrio idrostatico - vedi sezione 3.1 -), è possibile trovare in tabella stelle con masse e raggi diversi ma stesso tipo spettrale se i valori corrispondenti di T_{eff} e g sono simili (vedi ad esempio PV Cas e GG Ori oppure χ^2 Hya B e IQ Per A). La questione della formazione dello spettro emergente è però molto complicata: altri fattori entrano in gioco oltre a T_{eff} e g, ad esempio la composizione chimica, lo spessore dell'atmosfera e la struttura stessa di quest'ultima. Lo spettro si forma in quella parte della stella in cui la profondità ottica è minore di uno[4] e tuttora non c'è una comprensione assoluta di tutto quello che succede nell'atmosfera. Possiamo allora trovare stelle che hanno stesso tipo spettrale pur non avendo stessa temperatura e gravità superficiale; ad esempio IQ Per B e V1031 Ori A sono classificate entrambe come stelle di tipo A6V ed hanno temperature superficiali molto simili (7674 K e 7852 K risp.) ma valori di g molto diversi ($\log g$(cgs) pari a 4.323 e 3.560 risp.).

2.1 Grafici colore-massa e colore-raggio

Non per tutti i sistemi $(B-V)_0$ è l'indice di colore più appropriato per ricavare informazioni sulle fotosfere stellari; specie nei tipi più freddi le zone più "interessanti" dello spettro di radiazione sono quelle verso il rosso mentre a lunghezze d'onda minori tali stelle emettono molto poco; per poter avere un confronto più omogeneo tra i vari sistemi e anche per poterli rappresentare in unico grafico, già in A91 l'autore ha scelto di riportare le misure di colore disponibili anche in sistemi fotometrici diversi al valore equivalente di $B-V$; anche noi seguiremo questa scelta. La conversione tra sistemi fotometrici genera naturalmente delle incertezze sui valori di $B-V$ riportati, mentre altre incertezze derivano dalle correzioni per l'arrossamento.

In ogni caso queste incertezze non bastano da sole a spiegare le discrepanze nel colore osservabili nella figura 2.4 tra stelle di masse simili; tali discrepanze possono invece essere attribuite a differenti situazioni evolutive o anche ad effetti di abbondanza, cioè a composizioni chimiche diverse.

L'andamento generale di figura 2.4 mostra come stelle più massicce siano anche più calde ed emettano quindi a lunghezze d'onda più "blu" (più una stella è blu più il suo $(B-V)_0$ è minore). Si nota però, specie per le stelle tra i tipi A e F ($0 \leq (B-V)_0 \leq 0.5$) dove il nostro campione è più fitto, che per una data massa sono possibili vari colori. Si tratta chiaramente, a parte differenze di abbondanza, di effetti evolutivi. Basandoci sulla figura 2.2, possiamo vedere come stelle di massa fissata variano la loro temperatura,

[4] la profondità ottica misura la probabilità di un fotone di interagire con la materia; pertanto le uniche zone da cui possono emergere i fotoni che portano le "informazioni" all'esterno sono quelle da cui il fotone ha una probabilità non nulla di scappare, cioè una probabilità di interazione minore di uno.

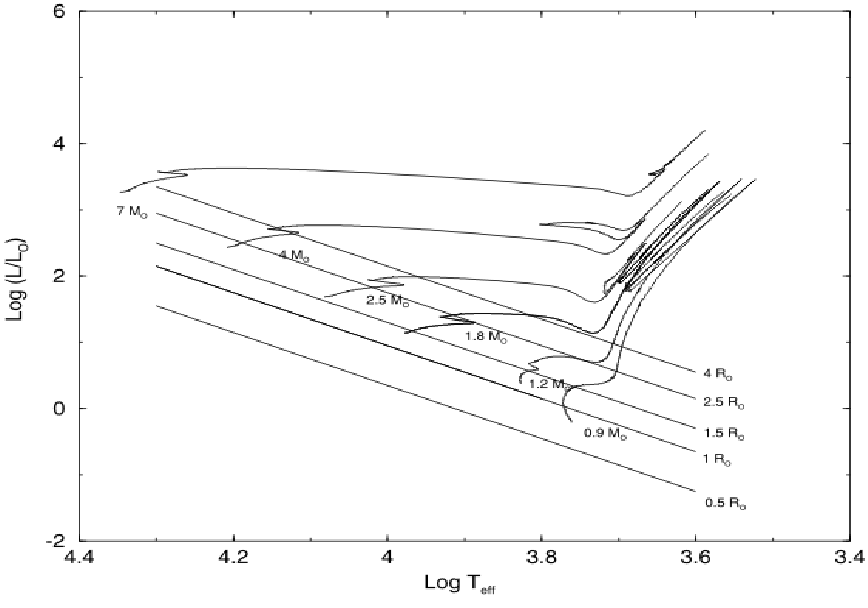

Figura 2.2: In questa figura sono illustrate varie tracce evolutive per stelle di composizione chimica fissata (Y,Z)=(0.232,0.008) e varie masse. Sono riportate anche alcune rette di isoraggio. Per quel che riguarda la sequenza principale, si nota come le stelle di massa più piccola (in fig. 0.9 $M_\odot$), almeno inizialmente, evolvano verso temperature maggiori, diventando "più blu", quindi in figura 2.4 andrebbero verso sinistra; al contario le stelle più massicce si muovono, sempre in sequenza principale, verso zone più fredde. In questa fase della loro vita tutte le stelle si espandono, anche se lentamente. Tracce calcolate dal gruppo di Astrofisica dell'Università di Pisa.

luminosità e raggio nel corso dell'evoluzione. In particolare, in MS, le stelle di massa minore di circa 1.2 $M_\odot$, all'inizio dell'evoluzione, aumentano sia la loro temperatura che la loro luminosità; nel grafico di figura 2.4 tali stelle si sposterebbero verso sinistra, cioè verso il blu. Tutte le altre stelle (masse maggiori di circa 1.2 $M_\odot$) e anche le stelle più piccole, dopo il turn-off (cioè quando la T_{eff} raggiunge il suo valore massimo e la stella, dopo aver esaurito l'idrogeno nel nucleo, inizia la combustione dell'idrogeno in shell), si evolvono verso zone a temperatura minore, fino a raggiungere la fase di gigante rossa (parte in alto a destra nel diagramma di HR); tali stelle nel grafico di figura 2.4 si muovono invece verso destra.

In figura 2.3 sono invece illustrati gli effetti della variazione della composizione chimica sulle tracce evolutive di stelle di massa fissata. Rimandando al capitolo 3 per una trattazione più dettagliata di questi effetti possiamo qui notare che gli effetti di abbondanza sono molto importanti e, in particolare, un aumento della concentrazione di He (Y) o una diminuzione della

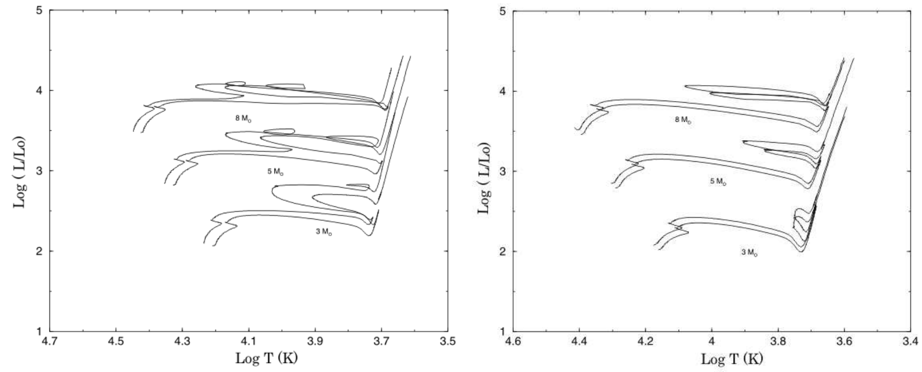

Figura 2.3: In questi grafici sono riportate le tracce evolutive per stelle di varia massa (3, 5 e 8 $M_{\odot}$) al variare di (Y,Z). A sinistra è fissato il valore di Y (0.23) mentre Z assume i valori 0.0002 (tracce superiori) e 0.001 (tracce inferiori); a destra è fissato Z (0.004) e Y assume i valori 0.27 (tracce superiori) e 0.238 (tracce inferiori). Tracce calcolate dal gruppo di Astrofisica dell'Università di Pisa.

concentrazione dei metalli (Z), a parità di masse, hanno entrambi l'effetto di "spostare" le stelle verso temperature e luminosità maggiori nel diagramma di HR.

E' da notare che lo "spread" in colore, a raggio fissato, in figura 2.5 è ancora maggiore di quello di figura 2.4. Nel grafico colore-raggio possiamo trovare stelle con lo stesso raggio con masse però anche molto diverse; tale effetto della variazione della massa a parità di raggio fa sì che i colori di stelle con lo stesso raggio possano differire di molto, a causa dell'andamento del grafico colore-massa.

2.2 Grafici massa-raggio e massa-gravità superficiale

Il grafico massa-gravità superficiale è quello che evidenzia in maniera più chiara il cammino evolutivo di una stella di massa fissata; per comprendere meglio tale grafico si può dapprima analizzare e comprendere il grafico massa-raggio. In figura 2.6 si può osservare un andamento principale del grafico che sta ad indicare la crescita del raggio di una stella con la massa lungo la sequenza principale. A questo trend generale si sovrappongono gli effetti evolutivi che fanno sì che per una data massa siano possibili differenze nel raggio anche per un fattore cinque. Ad esempio TZ For A e EK Cep A hanno masse quasi uguali (2.049 $M_{\odot}$ e 2.029 $M_{\odot}$ risp.) e raggi molto diversi (8.318 $R_{\odot}$ e 1.579 $R_{\odot}$ risp.). Anche a raggio fissato è possibile osservare un grande "spread" in massa. La figura 2.2 è utile per osservare come stelle di

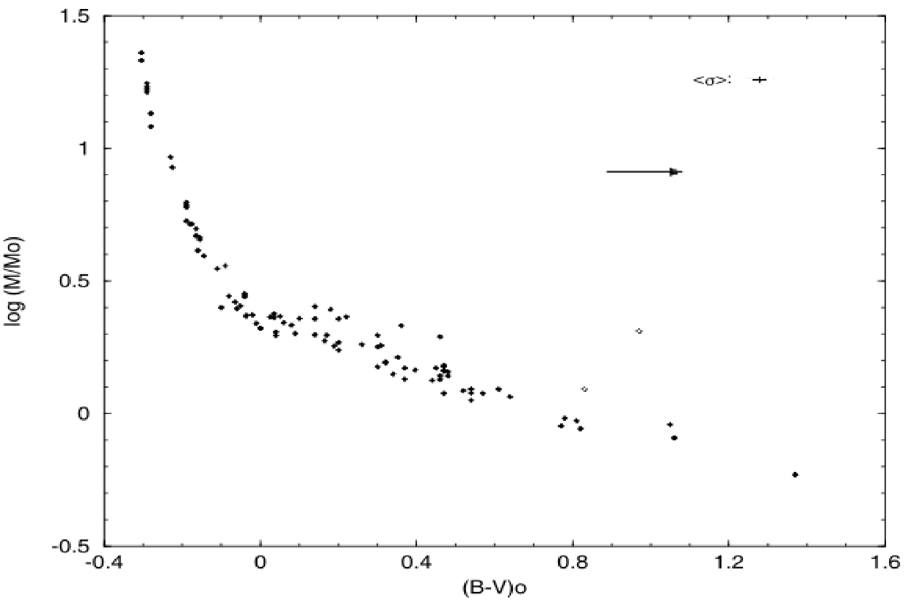

Figura 2.4: Grafico colore-massa. In alto a destra è indicato l'errore medio; le due stelle giganti sono rappresentate da cerchietti vuoti. La freccia indica la direzione dell'evoluzione delle stelle nel passaggio da combustione dell'idrogeno centrale a combustione dell'idrogeno in shell: a causa dell'espansione le zone esterne si raffreddano e quindi le stelle diventano più "rosse".

masse differenti possano intersecare durante le varie fasi dell'evoluzione le stesse rette di isoraggio. Quindi per valori diversi dell'età avremo stelle di massa diversa ma raggio uguale.

Per diminuire il trend generale di figura 2.6 e poter apprezzare maggiormente gli effetti evolutivi è utile presentare i dati in un grafico massa-gravità superficiale (vedi figura 2.7). Dato il valore della massa, una stella percorre in questo grafico una retta verticale verso l'alto, cioè verso regioni a raggio maggiore (vedi anche figura 2.2) e quindi gravità superficiale più bassa ($g \propto M/R^2$). Le due stelle giganti del campione si trovano pertanto a valori di g molto più bassi di quelli di stelle con massa uguale, ma in sequenza principale.

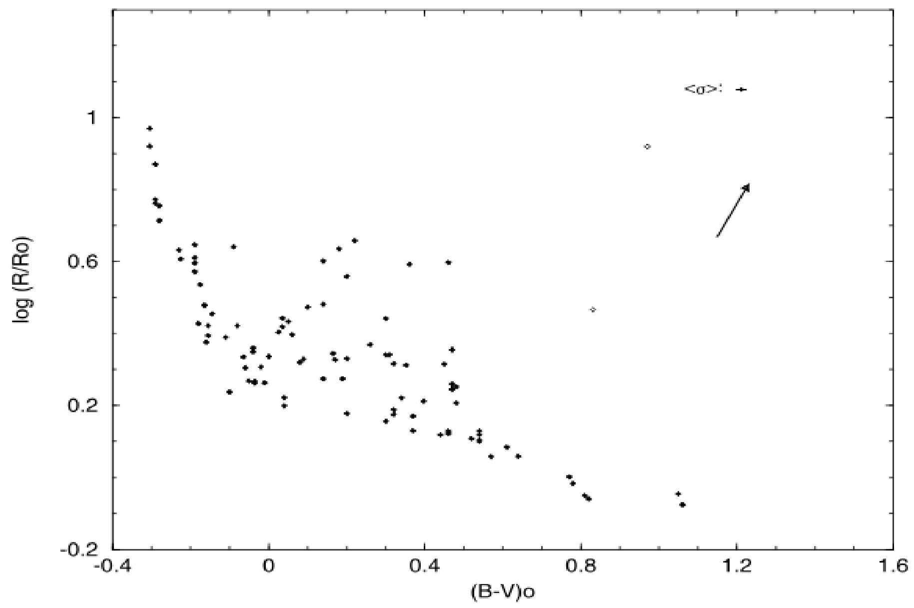

Figura 2.5: Grafico colore-raggio. In alto a destra è indicato l'errore medio; le due stelle giganti sono rappresentate da cerchietti vuoti. La freccia che indica la direzione dell'evoluzione mostra come oltre ad arrossarsi le stelle si espandano (R cresce).

2.3 Grafico massa-luminosità

La luminosità delle stelle può essere facilmente calcolata una volta che siano noti il raggio e la temperatura efficace, dalla legge di *Stephan-Boltzmann* ($f = \sigma_{SB}T^4$, dove f è il flusso totale -cioè integrato su tutte le lunghezze d'onda- uscente dall'unità di superficie di un corpo nero per unità di tempo). Se si integra f su tutta la superficie della stella (supponendo che l'emissione sia isotropa e che la stella sia sferica) si ottiene:

$$L = 4\pi R^2 \sigma_{SB} T_{eff}^4 \tag{2.1}$$

Una volta ottenuta una stima per la luminosità da temperature e raggi le magnitudini visuali in tabella sono state calcolate semplicemente dalle relazioni:

$$\begin{aligned} M_{bol} &= -2.5\log(L/L_{\odot}) + M_{bol,\odot} \,, \\ M_V &= M_{bol} - BC \end{aligned}$$

Per la magnitudine bolometrica solare è stato utilizzato il valore $M_{bol,\odot} = 4.69$ e le correzioni bolometriche adottate sono quelle di Popper (1980).

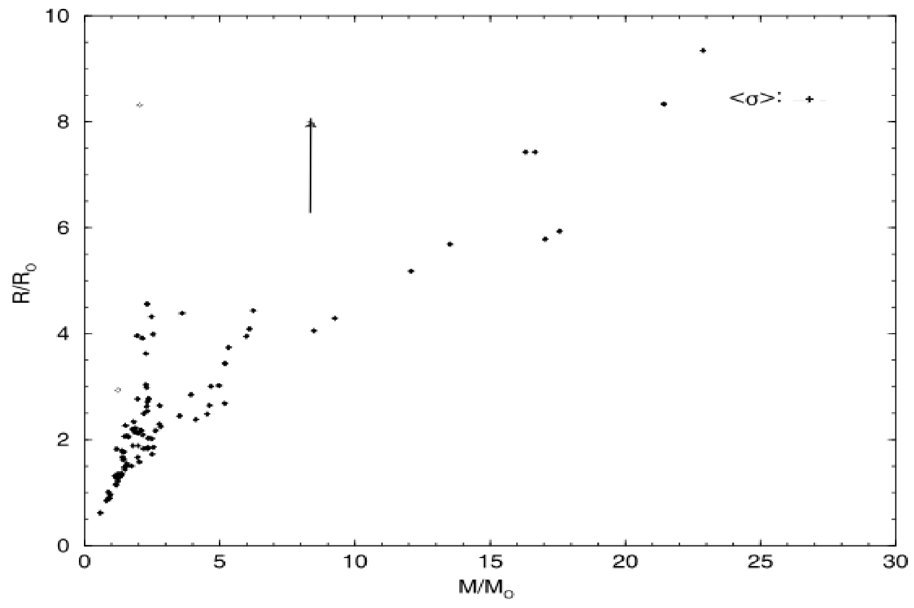

Figura 2.6: Grafico massa-raggio. Le giganti sono indicate da un cerchietto vuoto; la freccia verso l'alto indica la direzione dell'evoluzione di una stella di massa fissata (vedi fig.2.2).

Il grafico massa-luminosità presenta una struttura uniparametrica molto netta. Si vede bene come la pendenza del grafico diminuisca da destra verso sinistra; ciò indica che la luminosità cresce con la massa più lentamente all'aumentare di quest'ultima. Nonostante la presenza di questa relazione così netta, guardando in dettaglio si possono osservare deviazioni ben più grandi dell'errore di misura. Come già detto queste discrepanze sono dovute in parte ai diversi stati dell'evoluzione dei sistemi (cfr. EK Cep A e TZ For A che hanno praticamente la stessa massa ma luminosità molto diverse), ma ci sono casi in cui neanche questo basta a spiegare le differenze di luminosità. Ad esempio consideriamo VV Pyx A e B insieme a KW Hya A. Queste stelle hanno masse e raggi (e quindi $\log g$) molto simili, ma temperature e luminosità molto diverse; si tratta di effetti dovuti probabilmente a differenze di abbondanza, e solo un modello che tenga conto anche di questi effetti potrà spiegare in maniera dettagliata l'andamento del grafico di fig.2.8.

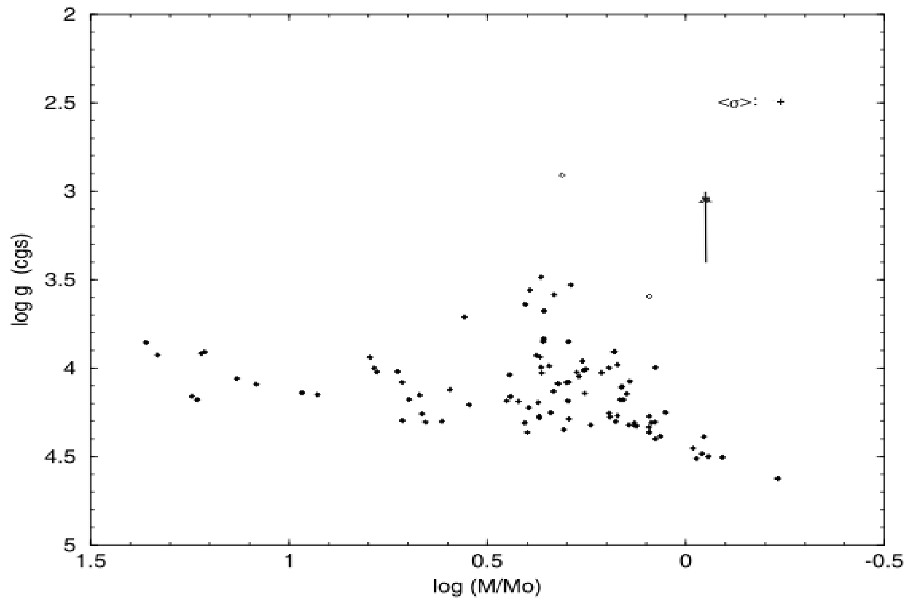

Figura 2.7: Grafico massa-gravità superficiale. In alto a destra è indicato l'errore medio; le giganti sono indicate da un cerchietto vuoto; la freccia verso l'alto indica la direzione dell'evoluzione di una stella di massa fissata (vedi fig.2.2).

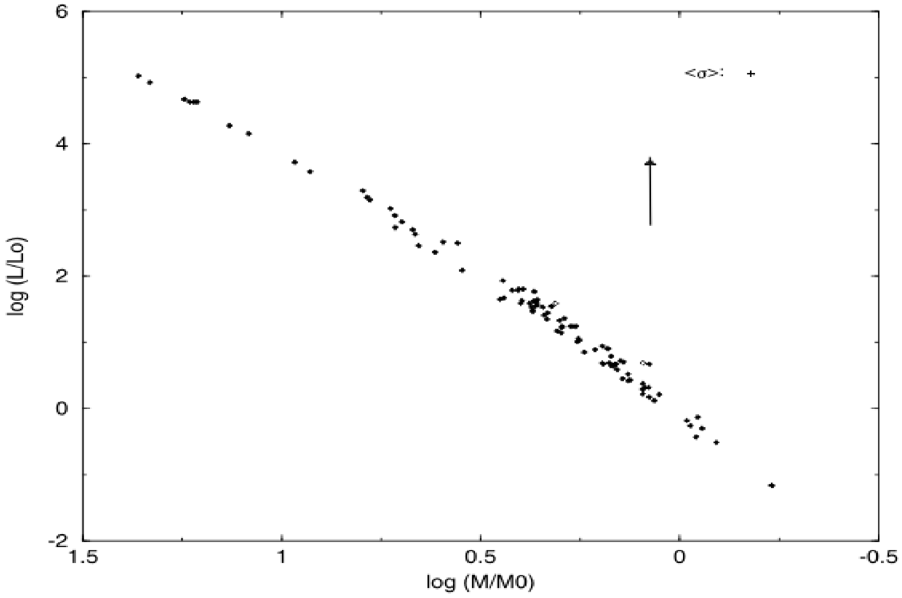

Figura 2.8: Grafico massa-luminosità. In alto a destra è indicato l'errore medio; le giganti sono indicate da un cerchietto vuoto; la freccia verso l'alto indica la direzione dell'evoluzione di una stella di massa fissata.

Capitolo 3

Utilizzo dei dati come test per i modelli evolutivi

Costruire un modello stellare vuol dire cercare di predire la struttura e l'evoluzione di una stella di data massa, sulla base della conoscenza delle leggi fisiche che la governano e della composizione chimica della materia da cui si è generata. Tali previsioni vanno poi confrontate con le osservazioni, la cui accuratezza è ovviamente fondamentale. I sistemi binari, essendo gli unici da cui si possono trarre informazioni accurate su masse e raggi, sono particolarmente utili da questo punto di vista. In questa sezione descriveremo in breve le principali fonti di incertezza per i dati ottenuti da sistemi binari e vedremo fino a che punto i test possibili saranno "stringenti" al fine di mostrare la bontà o meno di un particolare modello. Inoltre mostreremo alcuni casi significativi in cui tali dati sono stati utilizzati.

3.1 Caratteristiche generali di un modello.

Le condizioni iniziali che determinano la successiva evoluzione di una stella sono la sua massa e la sua composizione chimica. Note queste, e note le leggi fisiche che governano la materia stellare, un modello stellare dovrebbe essere, *a priori*, in grado di seguire la stella lungo tutto il suo percorso nel diagramma di H-R. Naturalmente questo è solo un discorso di principio, le incertezze sono molteplici e possiamo cercare di schematizzarle brevemente, illustrando a grandissime linee le idee che stanno alla base della costruzione di un modello.

Le equazioni che governano un modello sono delle relazioni tra le grandezze più significative di una stella: la massa, il raggio, la densità, la luminosità, la temperatura, la pressione e la composizione chimica. La prima di queste equazioni è quella dell'*equilibrio idrostatico*. Se assumiamo che una stella si trovi in uno stato di quasi-equilibrio, come suggerito dall'evidenza sperimentale, possiamo allora dire che la forza di gravità, che porterebbe la struttura a collassare verso l'interno è bilanciata dalla pressione esercitata dagli strati più interni verso l'esterno. Si ha allora, con riferimento alla figura 3.1:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -G\frac{M(r)\rho(r)}{r^2} \ . \tag{3.1}$$

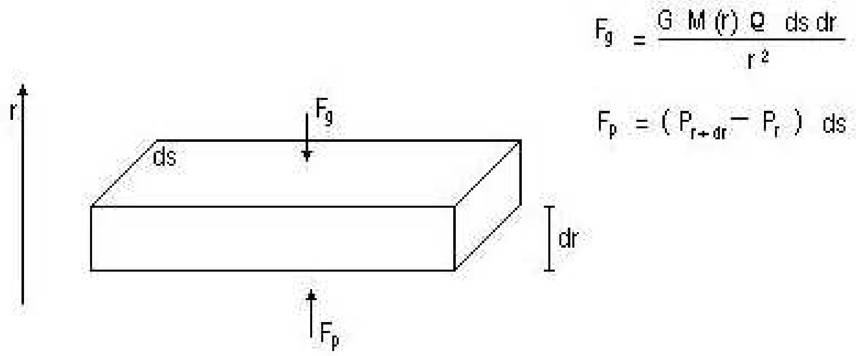

Figura 3.1: Equilibrio tra la forza di gravità e la pressione

Un'altra relazione è quella che lega la massa alla densità (*continuità della massa*); nell'ipotesi di simmetria sferica si ha:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi\rho(r)r^2 \ , \tag{3.2}$$

Abbiamo poi la relazione che regola il trasporto di energia verso l'esterno. La presenza di un flusso uscente netto è legata all'esistenza di un gradiente termico; senza scendere troppo nei dettagli, possiamo dire che l'energia trasportata per via radiativa è legata a tale gradiente (*equazione del trasporto*):

$$\left(\frac{dT(r)}{dr}\right)_{rad} = -\frac{3}{4ac}\frac{k\rho(r)}{T^3}F_{rad} \ , \tag{3.3}$$

dove a è la costante del corpo nero ($a = 7.6\cdot 10^{-16} Jm^{-3}K^{-4}$) e c è la velocità della luce; k è invece l'opacità del mezzo, essa è definita dalla relazione

$$d\lambda = \rho k dr \ ,$$

dove $d\lambda$ è la probabilità di assorbimento di un fotone che percorra il tratto dr in cui la materia ha una densità ρ.

In alcuni casi e per alcune zone delle stelle il meccanismo del trasporto radiativo non è sufficiente a trasportare tutto il flusso di energia ed allora si può instaurare il meccanismo aggiuntivo del trasporto dell'energia per via convettiva. Un elemento di materia che per una qualche perturbazione si sposti verso l'alto è sottoposto a due forze contrastanti: la gravità che lo spinge in basso e la spinta di Archimede, diretta verso l'alto. Affinchè la seconda prevalga sulla prima, nell'ipotesi di peso molecolare costante, l'elemento dovrà essere meno denso dell'ambiente circostante (cioè del fluido spostato); questo vuol dire che dovrà essere più caldo ($\rho \propto T^{-1}$, nell'ipotesi in cui il nostro elemento sia in equilibrio di pressione con l'ambiente durante la salita). Facciamo per semplicità l'ipotesi, in prima approssimazione accettabile, che il volumetto si sposti adiabaticamente. Quindi dire che l'elemento, salendo, diventa più caldo dell'ambiente, vuol dire che lungo un'adiabatica la temperatura diminuisce più lentamente che nella stella. Si ha pertanto convezione quando:

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad} \ , \tag{3.4}$$

dove $\nabla = d(\log T)/d(\log P)$. Se in una regione di una stella il trasporto è puramente radiativo il gradiente di temperatura che si instaura in quella zona è proprio il gradiente radiativo ricavabile dall'equazione 3.3. Quando è presente la convezione il gradiente di temperatura sarà diverso; in particolare negli interni stellari (per stelle di massa maggiore di circa 1.2 $M_\odot$) il gradiente è praticamente uguale a quello adiabatico, calcolabile dall'equazione di stato. La valutazione dell'efficenza del trasporto convettivo è invece piuttosto incerta negli esterni stellari[1], a causa della presenza di viscosità, turbolenze, ed è quindi incerto il gradiente di temperatura in tali zone. Generalmente nei modelli evolutivi si utilizza per gli esterni stellari una teoria approssimata detta teoria della *mixing length.* Dando una descrizione molto rozza del metodo, si potrebbe dire che si suppone che gli elementi convettivi salgano per un certo tratto (la mixing lenght, appunto) in maniera adiabatica e poi disperdano tutto il calore in eccesso. La mixing lenght è espressa in funzione dell'altezza di scala della pressione (H_P, distanza per cui la pressione si riduce di un fattore e):

$$l = \alpha H_P. \tag{3.5}$$

L'incertezza sull'efficenza della convezione si riflette nell'indeterminazione del parametro libero α, che può essere fatto variare in un intervallo di valori $1 < \alpha < 3$, scegliendo il valore che meglio riproduce il colore (e quindi la temperaura) della stella osservata; vedremo in seguito come diversi autori adottano valori diversi per α nel calcolo dei loro modelli.

L'ultima equazione costitutiva di un modello riguarda la luminosità in ciascun punto della stella: $L(r)$. La luminosità è stata introdotta implicitamente nella 3.3 se si tiene conto che l'energia che attraversa il generico

[1]le stelle con inviluppi convettivi sono quelle di massa minore di circa 1.2 $M_\odot$ e le giganti

strato sferico di raggio r è

$$L(r) = 4\pi r^2 F(r);$$

la relazione per $L(r)$ è detta *equazione di conservazione*:

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon\rho \; ; \tag{3.6}$$

la 3.6 indica che una variazione della luminosità deve implicare un qualche meccanismo di produzione dell'energia; ϵ è il coefficente di produzione dell'energia per unità di massa e di tempo.

Tutto quanto è stato detto finora riguarda la struttura ad un dato istante (nelle ipotesi di quasi-equilibrio). Un modello *evolutivo* tiene anche conto di come le caratteristiche di una stella cambino nel tempo, man mano che si esauriscono i vari reagenti nucleari. Le reazioni nucleari modificano la composizione chimica delle zone in cui sono attive e meccanismi come la convezione possono mescolare la materia in regioni più o meno vaste della stella. Partendo dalla fase di contrazione della nebulosa proto-stellare si possono fare delle previsioni teoriche sulle grandezze osservabili di una stella ad un certo stadio della sua evoluzione. Fissate massa e composizione chimica iniziale, si ottengono così le tracce evolutive delle stelle.

Guardando le 3.1, 3.2, 3.3 e 3.6 si nota che le quattro equazioni contengono le sette incognite $M, \rho, T, L, P, k, \epsilon$. Un'ulteriore relazione si ottiene dall'equazione di stato che lega tra loro le grandezze termodinamiche P, T e ρ.

ϵ e k vengono determinati indipendentemente, analizzando i *rate* delle reazioni nucleari e l'efficenza dei vari meccanismi di interazione radiazione-materia in funzione di densità, temperatura e composizione chimica. Tali valori, come quelli per l'equazione di stato, sono in continuo aggiornamento, ed esistono in letteratura numerose determinazioni. Le incertezze legate agli input fisici verranno discusse più in dettaglio nella sezione 3.4

3.2 Composizione chimica

Una delle grandezze più importanti che è necessario misurare per poter effettuare dei test realmente significativi è la composizione chimica delle stelle. L'opacità, ad esempio, dipende fortemente dalle abbondanze dei vari elementi. Come già detto nella sezione 2.1 e come si può vedere in figura 2.3, a parità di massa e di abbondanza di elio, all'aumentare della metallicità l'opacità aumenta e diminuisce quindi la luminosità della stella (e la sua temperatura).

La determinazione della composizione chimica nelle stelle binarie può presentare alcuni problemi peculiari, dovuti alla sovrapposizione degli spettri delle componenti. Ci sono dei casi favorevoli, come quelli considerati nel nostro campione: se gli spettri possono essere osservati separatamente le abbondanze chimiche possono essere ricostruite; oppure se una delle due stelle è completamente eclissata per un tempo sufficentemente lungo, si potrà osservare l'altra come se fosse una stella singola. Ciò che si può dare per buono, in ogni caso, è che le due stelle di un sistema binario abbiano la stessa composizione chimica iniziale, essendosi formate dalla stessa nube; la probabilità che un sistema binario si formi per cattura sembra essere molto bassa.

3.3 Relazione colore-temperatura.

Il colore di una stella è definito come la differenza tra le magnitudini osservate a due diverse lunghezze d'onda; esso è la grandezza immediatamente disponibile dalle osservazioni fotometriche. I modelli stellari forniscono invece come "output" la temperatura efficace della stella. E' possibile ricavare relazioni che leghino il colore nelle varie bande a T_{eff}, in modo da poter confrontare i dati con le previsioni teoriche.

Esistono relazioni sia teoriche che empiriche. Nel caso teorico, a partire da modelli di atmosfere stellari si cerca di prevedere il flusso (e quindi la magnitudine), a date lunghezze d'onda, per una data composizione chimica. Descriviamo invece il caso empirico. Partendo dalla relazione di corpo nero (eq. 2.1):

$$L = 4\pi R^2 \sigma_{SB} T_{eff}^4 \ ,$$

la relazione tra la magnitudine bolometrica assoluta e la luminosità di una stella si può scrivere così:

$$\begin{aligned} M_b &= -2.5 \log L + cost. \\ &= -5 \log R - 10 \log T_{eff} + cost. \ , \end{aligned}$$

da cui la relazione per la magnitudine bolometrica apparente:

$$m_b = -5 \log R/r - 10 \log T_{eff} + cost. \ ,$$

dove r è la distanza della stella. Introduciamo ora le grandezze β (diametro angolare), m_V (magnitudine apparente nel sistema V) e BC (correzione bolometrica: $BC = m_b - m_V$); risolvendo l'equazione precedente rispetto alla temperatura si ha:

$$\log T_{eff} = -0.5 \log \beta - 0.1(m_V + BC) + cost.$$

Misurando β e stimando BC per un certo campione di stelle si possono ottenere le loro temperature efficaci che possono essere collegate al colore (in genere $B - V$) osservato per le stesse stelle.

La misurazione di β non è semplice, ma è possibile mediante tecniche di interferometria per alcune stelle vicine. Un altro modo per misurare β

consiste nell'utilizzare proprio binarie come quelle del nostro campione. Di queste stelle sono noti con grande precisione i raggi. Se si hanno anche misure indipendenti della distanza delle stesse, ad esempio attraverso le parallassi trigonometriche si può ricavare con una certa precisione il diametro angolare. Questa tecnica può essere utilizzata anche in senso inverso per misurare le distanze dei sistemi binari noti raggio e temperatura una volta però che la relazione diretta sia stata ben calibrata con i sistemi di cui sopra. La stima delle correzioni bolometriche non può essere puramente empirica. Dalla definizione di magnitudine apparente (bolometrica e visuale) si ha:

$$BC = -2.5 \log \frac{\int f_\nu d\nu}{\int P_\nu f_\nu d\nu} + cost \,, \tag{3.7}$$

dove P_ν è il fattore strumentale relativo al sistema V. Per determinare BC occorre allora conoscere il flusso f_ν relativo a tutto lo spettro. Le osservazioni però permettono di coprire solo una regione limitata dello spettro, pertanto è necessario, attraverso modelli di atmosfera, estrapolare il flusso alle altre lunghezze d'onda.

3.4 Esempi di confronto teoria-osservazione

Il fatto che le due stelle di un sistema binario abbiano la stessa età e la stessa composizione chimica pone un importante vincolo sui modelli da testare, vincolo che diventa ancora più stringente se le due stelle hanno proprietà e caratteristiche osservative apprezzabilmente differenti. Assumendo che l'abbondanza dei metalli Z, sia nota insieme alle masse, gli ulteriori parametri necessari a determinare un modello sono: l'abbondanza di elio Y e l'età t.

L'abbondanza relativa di elio è un parametro che influenza la luminosità ed il colore di una stella; possiamo provare a vedere come ciò accada nel modo seguente: innanzitutto abbiamo visto che all'interno di una stella in equilibrio la pressione è quella necessaria a controbilanciare la forza di gravità (vedi equazione 3.1). Approssimando la pressione all'interno di una stella con quella di un gas perfetto si ha:

$$P_{gp} = \frac{K_B}{\mu m_p} \rho T \,, \tag{3.8}$$

dove m_p è la massa del protone e μ è il peso molecolare medio definito da :

$$\mu = \frac{1}{\sum_i \frac{X_i(Z_i+1)}{A_i}} \approx \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z} \,,$$

dove X_i,A_i e Z_i sono l'abbondanza relativa, il peso atomico e il numero atomico dell'elemento i-esimo. Un aumento di Y a scapito di X provoca un aumento di μ e dall'equazione 3.8 si vede che per mantenere fissa P dovrà aumentare anche T. A sua volta un aumento di T rende più efficenti le reazioni nucleari e quindi comporta anche un aumento della luminosità della stella e, contemporaneamente fa sì che la stella, bruciando più velocemente l'idrogeno, si evolva più rapidamente. Quindi Y è un parametro importante sia perchè influenza la posizione di una stella nel diagramma di HR ad età fissata (stelle con più elio sono più calde e luminose, vedi anche figura 2.3), sia perchè influenza la velocità di evoluzione delle stelle. Purtroppo però, tranne che per le stelle più calde e massiccie, l'elio non è misurabile spettroscopicamente e ciò costituisce una grande fonte di incertezza.

Un'altra fonte d'incertezza nei modelli è il fatto che, come abbiamo discusso precedentemente, non esiste attualmente una trattazione precisa del meccanismo della convezione negli esterni stellari. Viene quindi generalmente usata la teoria della mixing length, dove il parametro α viene fatto variare fino a riprodurre i valori osservati per il colore. Questo problema costituisce una grande fonte d'incertezza per i modelli stellari, specialmente per le stelle di piccola massa ($M < 1.3M_{\odot}$) in sequenza principale e per tutte le stelle in fase di gigante rossa; entrambi questi tipi di stelle hanno infatti esterni convettivi.

Presenteremo ora l'analisi evolutiva di alcuni sistemi che ci sono sembrati significativi; l'obiettivo non è tanto quello di analizzare i singoli sistemi, ma di illustrare alcuni tra i vari metodi di analisi che sfruttano i dati precisi delle binarie.

Il teorema di Vogt-Russel afferma che stelle con la stessa età e composizione chimica iniziale hanno raggi, temperature e luminosità determinate esclusivamente dalle loro masse. In sostanza la soluzione delle equazioni 3.1, 3.2, 3.3 e 3.6 è unica una volta assegnate come condizioni al contorno la massa e la composizione chimica. Per alcuni sistemi del nostro campione (vedi ad esempio la sezione 3.4.1 su AI Phe) entrambi questi dati sono disponibili. In questi casi si può allora cercare di vedere se le tracce evolutive di un dato modello sono in grado di riprodurre i dati osservati. Questo di per sè non può essere un test "assoluto" a causa delle ipotesi che stanno sotto ogni modello. Differenti modelli potrebbero, in principio, basarsi su input fisici diversi all'interno delle incertezze stimate o anche su diverse efficienze di alcuni meccanismi fisici e dare ugualmente risultati in buon accordo con alcuni dei dati disponibili. Alcuni autori (in particolare Lastennet e Valls-Gabaud[2] (2002)) hanno cercato di mettere in evidenza le differenze sistematiche che si riscontrano utilizzando modelli diversi.

Non tutti i sistemi del nostro campione hanno però determinazioni sufficentemente precise di Z e quindi, spesso Z stesso è un'incognita; ci si può però chiedere se è possibile ottenere delle previsioni valide per l'età e la composizione chimica delle stelle del campione sfruttando le altre osserva-

[2]indicheremo questo articolo con LVG

bili a nostra disposizione e le previsioni dei modelli. Su questo punto ci soffermeremo nella sezione 3.4.4.

3.4.1 AI Phe

La binaria AI Phe -Andersen (1993)- è un sistema con stelle di masse simili ($M_A = 1.236 M_\odot, M_B = 1.195 M_\odot$) che però si trovano l'una nella fase iniziale di gigante mentre l'altra è ancora in sequenza principale. Oltre alle masse, di questo sistema è nota da osservazioni spettroscopiche anche la metallicità ($Z_{obs} = 0.0122 \pm 0.0028$). In Andersen (1993) l'autore assume per buono, per stelle di $1 \div 1.2 M_\odot$, il parametro di mixing-length del Sole ($\alpha = 1.9$). Quindi, confidando sulla determinazione spettroscopica della metallicità restano da determinare l'abbondanza di elio e l'età. Queste due grandezze vengono fissate cercando di riprodurre con il modello i valori osservati per il raggio e la luminosità della stella che si trova ancora in sequenza principale. Il vero test sta nel vedere se, per lo stesso valore di Y e per la stessa età, è possibile ottenere il fit con il modello anche per l'altra stella. Un procedimento di questo tipo è illustrato in fig.3.2, proprio per il sistema AI Phe. Il modello utlizzato è quello di Vandenberg (1985). La temperatura è ricavata dal colore osservato secondo la relazione di Popper(1980). Da raggi e temperatura si ottiene la luminosità con la legge di Stefan-Boltzmann e poi la magnitudine bolometrica. Ad una data temperatura l'errore nelle magnitudini è dato solo dall'errore sui raggi. Lo spessore delle tracce evolutive indica approssimativamente l'errore nelle masse misurate. Per questo sistema si ricava dal fit della componente più calda che l'abbondanza di elio è Y=0.27±0.01 e l'età è di 4.650 miliardi di anni. Una volta calcolata l'età, sempre per la stella più calda, è stato calcolato il modello per la componente gigante. Questa fase dell'evoluzione è molto rapida e ciò fa assumere al test ancora più significato: una variazione nell'età del sistema anche solo dell' $1 \div 2\%$ avrebbe reso impossibile riprodurre le proprietà osservate.

I risultati ottenuti con questo metodo per AI Phe sono molto buoni, ma è necessario fare alcune considerazioni. Innanzitutto il valore di α è tenuto fisso dall'autore ad un valore pari a quello solare e non viene analizzato in alcun modo l'effetto di una variazione di tale parametro; si potrebbe dare il caso che, utilizzando un altro valore di α il sistema venga ugualmente riprodotto dal modello, magari con un valore leggermente diverso di Y o dell'età.

In LVG lo stesso sistema viene analizzato usando i set di tracce dei gruppi di Ginevra[3], Padova[4] e Granada[5]. Anche se il metodo di analisi è diverso (in LVG la metallicità non è fissata al valore sperimentale ma è lasciata

[3]Schaller et al.(1992); Schaerer et al.(1993 a,b); Charbonnel et al.(1993); Mowlavi et al.(1998)

[4]Bressan et al.(1993); Fagotto et al.(1993 a, b, c)

[5]Claret & Giménez (1992)

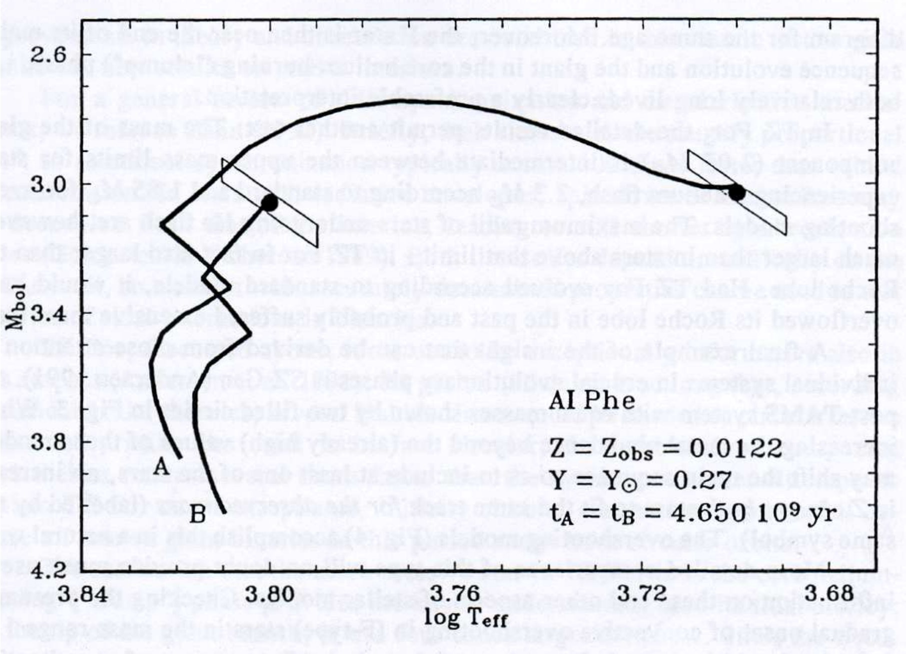

Figura 3.2: Fit di AI Phe. I parallelogrammi indicano l'errore nel piano $\log T_{eff}$-M_{bol}; lo spessore delle tracce indica l'incertezza nelle masse. Da Andersen (1993)

libera di variare) possiamo paragonare i risultati ottenuti. I valori dell'età trovati in LVG concordano abbastanza bene con quello di Andersen così come i valori della metallicità ricavati concordano con il valore sperimentale (tracce di Granada: Z=0.011 $\pm$ 0.001, $9.64 < \log t < 9.67$ a livello di 1σ; tracce di Padova Z= $0.008^{+0.003}_{-0.000}$, $9.59 < \log t < 9.63$ sempre a 1σ; tracce di Ginevra: Z=0.010 $\pm$ 0.001, $9.64 < \log t < 9.67$). Ciascuno dei vari modelli considerati ha i propri input fisici, e, ad esempio, diversi valori per il parametro α (1.6, 1.63, 1.5 per i modelli di Ginevra, Padova e Granada risp.); tutti però riproducono con successo il sistema in questione. Non è possibile quindi dire che un modello è preferibile all'altro, ma il fatto che i risultati concordino tra loro è un indice della bontà dei risultati stessi .

3.4.2 GG Lup

Le osservazioni fotometriche e spettroscopiche - Andersen, Clausen, Giménez (1993) - permettono di calcolare per questo sistema delle masse di $4.12 \pm 0.04 M_{\odot}$ per la componente A e $2.51 \pm 0.02 M_{\odot}$ per la B; i raggi sono rispettivamente pari a $2.38 \pm 0.03 R_{\odot}$ e $1.72 \pm 0.02 R_{\odot}$. Masse simili si hanno tra GG Lup A e AG Per B, GG Lup B e AS Cam B, TZ Men A, AR Aur

A; in tutti questi casi però i raggi delle componenti di GG Lup sono più piccoli del $6 \div 20\%$ (Andersen 1991; Harmanec 1988; Popper 1980). Ciò indica che GG Lup è un sistema giovane e poco evoluto e pertanto adatto a testare i modelli vicino alla ZAMS (zero age main-sequence, cioè il luogo nel diagramma H-R corrispondente all'inizio della fusione dell'idrogeno).

In fig.3.3 possiamo osservare le tracce evolutive per masse pari a quelle delle componenti di GG Lup e la posizione della ZAMS nel diagramma $\log T_{eff}$ *vs.* $\log g$ per vari valori di (Y,Z) confrontata con i dati osservativi disponibili per GG Lup. Queste tracce sono state calcolate dagli autori usando il modello di Claret & Giménez (1993) con le opacità di Rogers & Iglesias (1992) -linee continue - e di Los Alamos (1991) -linee tratteggiate, solo per (Y,Z)=(0.28, 0.02) -. I valori di opacità di Los Alamos sono ormai considerati superati, ma il confronto è comunque utile per dare un'idea degli effetti delle possibili incertezze su questa quantità.

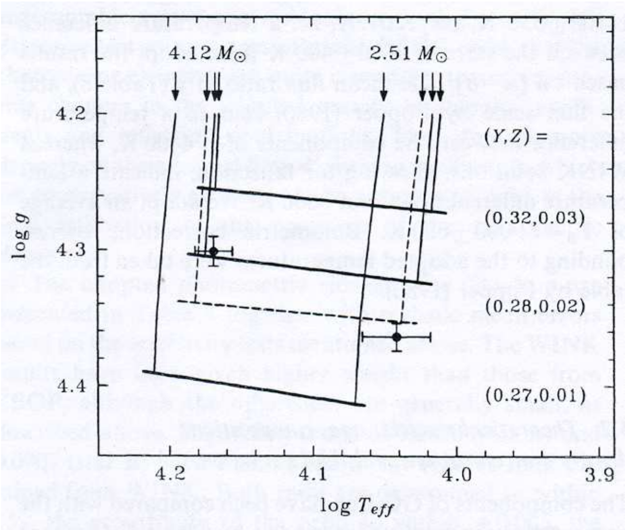

Figura 3.3: Tracce evolutive al variare della composizione chimica per stelle di massa pari a quella delle componenti di GG Lup, confrontate con i valori osservati. *Linee scure*: opacità di Rogers &Iglesias; *Linea tratteggiata*: opacità di Los Alamos (solo per (Y,Z)=(0.28, 0.02)). Le linee più grosse (quasi orizzontali) rappresentano la posizione della ZAMS per i valori indicati della composizione chimica. Da Andersen et al.(1993)

Un valore accettabile per la metallicità sembra essere Z=0.015 mentre per l'età gli autori danno una stima di 2×10^7 anni. Per quanto queste siano solo delle stime, esse consentono alcuni commenti interessanti. Un tale valore di Z è sensibilmente più basso del valore originale stimato per Z nel Sole che è $Z_\odot = 0.019$ [6]; ciò può sembrare strano se si pensa che il contenuto di metalli della galassia è in continuo aumento a causa della nucleosintesi stellare mentre un sistema così giovane (l'età stimata è circa 20 Myr) è più povero in metalli del Sole, che ha un età stimata di circa 4.5 Gyr. Non si tratta inoltre di un caso isolato; anche β Aur (vedi sezione 3.4.3) ed altri sistemi non molto distanti dal Sole, sembrano avere caratteristiche simili. Gli autori affermano che questa "anomalia", se confermata da studi successivi, potrebbe essere spiegata ipotizzando una scarsa efficenza del rimescolamento della materia nella galassia, oppure un fenomeno di passaggio, in epoche successive alla formazione del Sole, di una nube di materia povera di metalli proprio nelle zone della galassia vicine a noi.

3.4.3 β Aur

Le componenti di β Aur - Nordström, Johansen (1994), [24] - hanno masse e raggi dati da: $M_A = 2.38M_\odot, M_B = 2.31M_\odot, R_A = 2.77R_\odot, R_B = 2.63R_\odot$. Anche per questo sistema come per GG Lup non sono disponibili delle buone misure di Z, ma con un procedimento del tutto simile a quello descritto nella sezione 3.4.2 è possibile darne una stima. Si trova che questo sistema è ben "riprodotto" utilizzando il modello di Claret & Giménez (1993)per valori di Z e dell'età pari rispettivamente a 0.015 e 5.7×10^8 yr. Il risultato ottenuto da Nordström e Johansen è confermato anche in LVG utilizzando le tracce di Ginevra ($Z=0.014^{+0.006}_{-0.004}$) e quelle di Granada ($Z=0.017^{+0.002}_{-0.005}$) mentre con le tracce di Padova si ottiene un valore di best-fit molto più alto ($Z=0.066^{+0.0010}_{-0.059}$) anche se, come si vede, a livello di 1σ i valori sono comunque statisticamente compatibili. Anche questo, al pari di GG Lup (vedi sezione 3.4.2) è un sistema più giovane del nostro Sole, ma con un contenuto in metalli minore.

Un interessante test che si può fare utilizzando i dati raccolti per β Aur è il confronto tra varie tecniche per le misure delle distanze. Questa binaria è abbastanza vicina al Sole e ciò permette di osservarne la parallasse annua e anche di farne misure interferometriche. Vediamo tre diverse stime per la distanza:

1. Calcolando la magnitudine bolometrica assoluta dalla luminosità, a partire dalla legge di *Stefan-Boltzmann* con i valori di T_{eff}, R_1 e R_2 a nostra disposizione e confrontando con la magnitudine bolometrica relativa (data da $m_V + BC$, correzioni bolometriche di Popper (1980)), si trova una distanza di 25.4 ± 0.8 parsec;

2. Dalla parallasse trigonometrica del sistema, misurata da van Altena

[6] il valore di metallicità fotosferica attuale è circa il 10% inferiore, a causa della sedimentazione gravitazionale dei metalli avvenuta nei 4.5 miliardi di anni di vita del Sole, in stelle giovani come GG Lup tale effetto è trascurabile

et al.(1989), e data da $\pi = 0''.0443 \pm 0''.0055$ si ricava una distanza di 22.6 ± 2.7 parsec;

3. Misure interferometriche (Hummel & Armstrong, 1994) forniscono un valore per la misura angolare del semiasse maggiore dell'orbita dato da $a = 0''.0033 \pm 0''.0001$ che combinato con il valore di a ottenuto dall'analisi spettroscopica ($a \sin i(R_\odot) = 17.134 \pm 0.044$) e fotometrica ($i = 76°.71 \pm 0°.17$) ci permette di trovare una distanza pari a 24.8 ± 0.8 parsec.

I valori stimati con i tre metodi sono in accordo entro gli errori.

3.4.4 Un particolare metodo di fit

Riportiamo ora il metodo con cui vengono stimati i valori "migliori" (quelli che danno i best-fit) per Z e t (metallicità ed età risp.) in LVG. Vedremo in alcuni esempi le differenze riscontrate utilizzando i tre diversi set di tracce e anche alcuni casi particolari di incompatibilità tra i dati e i modelli. Il procedimento consiste nel minimizzare il seguente funzionale dato da:

$$\chi^2(t_{sys}, Z_{sys}) = \sum_{i=A}^{B} \left[\left(\frac{\log L(tr) - \log L_i}{\sigma(\log L_i)} \right)^2 + \left(\frac{\log T_{eff}(tr) - \log T_{eff,i}}{\sigma(\log T_{eff})} \right)^2 \right] \tag{3.9}$$

dove L_i e $T_{eff,i}$ sono i valori osservati e $L(tr)$ e $T_{eff}(tr)$ sono quelli ottenuti dal modello; si cerca cioè di fittare con un'unica isocrona e un unico valore della metallicità le posizioni nel diagramma di HR delle nostre stelle. Come si può osservare le masse e i raggi non vengono qui utilizzate dagli autori come dati aggiuntivi, ma sono lasciati liberi di variare. Successivamente si controlla se le le masse e i raggi corrispondenti ai valori che minimizzano il funzionale 3.9 coincidono effettivamente con quelle misurate. Si tratta di un punto fondamentale di questa analisi; gli unici dati effettivamente utilizzati sono le luminosità e le temperature mentre masse e raggi vengono realmente "predette" e poi controllate. Da figura 3.4 si vede come, per i sistemi del campione analizzato in LVG, i valori previsti sono molto vicini a quelli misurati. Calibrando il metodo con i valori molto precisi dei sistemi binari a disposizione, può essere possibile una stima di masse e raggi anche per altre stelle (singole e binarie) di cui si conoscano solo L e T.

Ci si potrebbe chiedere come mai non si utilizzino come "input" del χ^2 le masse e i raggi. Abbiamo messo in evidenza come siano proprio queste le grandezze meglio determinate per i sistemi SB2 e EcB. In figura 3.5 sono mostrati i risultati ottenuti in LVG fittando i valori osservati per il sistema χ^2 Hya e utilizzando diverse formulazioni del funzionale 3.9; le aree chiuse presenti nelle figure della colonna di sinistra rappresentano le zone di $iso - \chi^2$ cioè zone che racchiudono soluzioni del problema del minimo

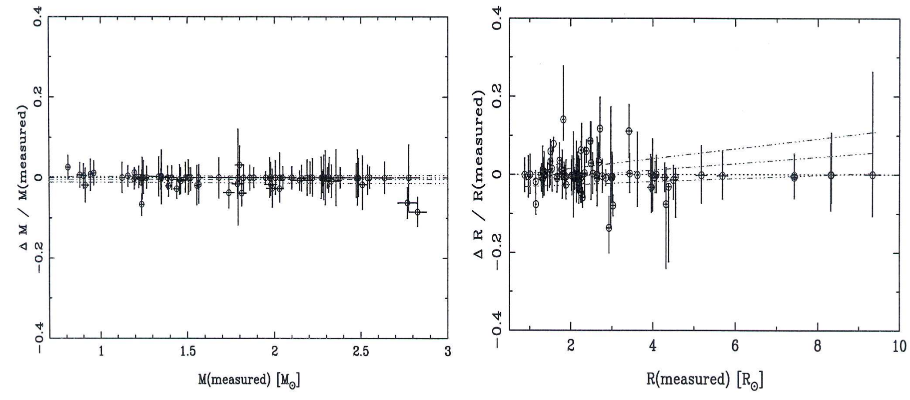

Figura 3.4: A sinistra: errori relativi nelle masse. ΔM è la differenza tra la massa derivata dal fit e quella misurata. Le linee tratteggiate rappresentano varie regressioni lineari (un valore ottenuto è $\Delta M/M_{measured}$=(-4.2±5.7) $\times$ 10^{-3} $-$ (6.35 $\pm$ 1478.3) $\times$ $10^{-6}M_{measured}$, che è praticamente zero sia per la pendenza che per l'intercetta. A destra: analogo grafico per i raggi; in tal caso la regressione lineare dà ancora una volta valori prossimi a zero: $\Delta R/R_{measured}$=(-2.2±1.2)$\times 10^{-2}+$(0.8$\pm$0.4)$\times 10^{-2}R_{measured}$. Sia le masse che i raggi sono ricavati usando le tracce di Ginevra. Da Lastennet e Valls-Gabaud (2002).

χ^2 statisticamente equivalenti (il contorno più interno racchiude le soluzioni che "distano" meno di 1σ dal minimo, gli altri contorni corrispondono a 2σ e 3σ). Nella riga in alto di figura 3.5 sono illustrati i risultati della formulazione di equazione 3.9; le altre formulazioni utilizzano T, L, M ed R (riga centrale) e solo M ed R (riga in basso). Come si può vedere, l'aggiunta di M ed R oltre a T ed L lascia quasi invariati i contorni nei diagrammi metallicità-età; questo vuol dire che, pur aggiungendo nuovi dati, non si ottengono fit migliori. In pratica essendoci tra le varie grandezze delle forti forti correlazioni, M ed R non portano "informazioni" aggiuntive (cioè statisticamente indipendenti) al problema. Inoltre i fit nei diagrammi temperatura-luminosità e massa-raggio sembrano più soddisfacenti con la prima formulazione, che pertanto è stata preferita dagli autori.

In LVG il metodo sopra descritto viene applicato alle tracce di tre diversi modelli: quelli di Ginevra, Padova e Granada. In questo modo gli autori cercano di evitare i possibili errori sistematici che deriverebbero dall'utilizzo di un solo set. Come abbiamo detto esistono numerose fonti di incertezza nel calcolo di un modello ed è utile avere a disposizione set che adottano diversi valori di Y o di α. Anche se Y non può essere misurato per la quasi totalità delle stelle, esiste una certa relazione tra il valore di Y e quello di Z. Tale relazione tiene conto del fatto che la nucleosintesi stellare produce sia elio

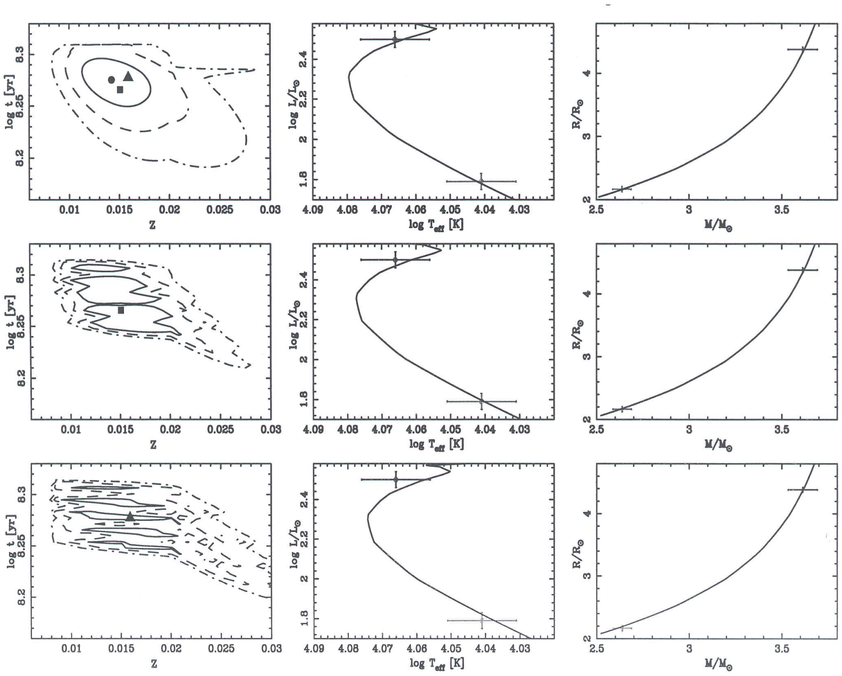

Figura 3.5: In questa figura sono mostrati i risultati ottenuti utilizzando varie formulazioni del funzionale 3.9 con le tracce di Ginevra per la binaria χ^2 Hya. Nella riga in alto si usano solo L e T; in quella centrale L, T, M ed R; in quella in basso M ed R. E' interessante notare che, per le due ultime formulazioni, nel diagramma $\log t$-Z compaiono delle "isole" a livello di 1σ (linee continue); in tal caso gli algoritmi che danno il best-fit (cioè il minimo χ^2) possono individuare un minimo locale anzichè quello assoluto, e fornire così soluzioni sbagliate. Nel riquadro in alto a sinistra sono riportati, per un confronto, i valori di best fit ottenuti con tutti e tre i metodi. Da Lastennet e Valls-Gabaud (2002).

che altri metalli, in un rapporto che può essere stimato. Generalmente si assume (Pagel e Portinari (1998); Castellani, Degl'Innocenti, Marconi (1999)) per l'arricchimento una relazione lineare ($\frac{\Delta Y}{\Delta Z} = 3 \pm 2$) ma, come si vede, tale relazione è ancora piuttosto incerta e pertanto diversi modelli possono utilizzare valori differenti. Ad esempio per una metallicità Z=0.02 i modelli di Ginevra, Padova e Granada adottano un valore di Y pari rispettivamente a 0.3, 0.28 e 0.28.

Anche per il parametro di mixing lenght i tre modelli fanno uso di valori leggermente diversi, nella fattispecie α=1.6, 1.63, 1.5 per i modelli di Ginevra, Padova e Granada rispettivamente.

3.4.5 RZ Cha

Citiamo da LVG questo sistema per mettere in evidenza una caratteristica importante del metodo ivi utilizzato. Le componenti di RZ Cha occupano lo stesso punto del diagramma di HR: ($\log T_{eff}(K), \log(L/L_{\odot})$=(3.810±0.010, 0.90±0.04); sembrerebbe quindi che per questo sistema gli "input" siano meno che per sistemi con le componenti ben separate nel diagramma. In realtà RZ Cha fornisce degli ottimi fit: in figura 3.6 è possibile osservare come i valori di Z per i best-fit dei tre modelli utilizzati siano in ottimo accordo con le determinazioni spettroscopiche della metallicità (le linee verticali indicano il range sperimentale e il valor medio di Z); inoltre è evidente che il valore dell'età è molto ben "delimitato" (0.04 dex al livello di 1σ). Questi risultati si possono comprendere osservando che RZ Cha è un sistema molto vicino alla TAMS[7], pertanto fornisce dei vincoli più stringenti sull'età. Le fasi dell'evoluzione successive alla combustione centrale di H sono infatti più veloci e quindi una stella rimane nello stesso punto del diagramma di HR per un tempo minore e ciò fa diminuire l'incertezza sull'età.

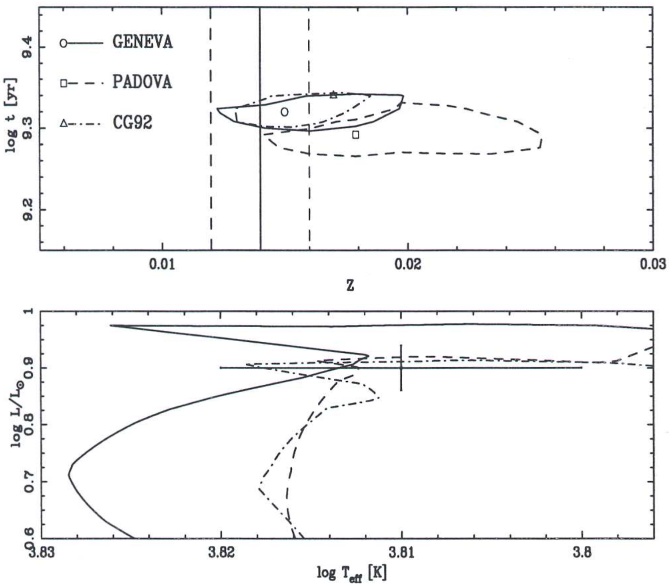

Figura 3.6: In alto: valori di best-fit e contorni di 1σ per il sistema RZ Cha, con tutti e tre i set utilizzati in LVG; le linea verticale continua indica il valore sperimentale accettato per Z, le linee tratteggiate indicano il range d'errore. In basso: tracce evolutive per i valori di best-fit dei tre modelli. Da Lastennet e Valls-Gabaud (2002).

[7]terminal age main sequence, fase della completa esaustione dell'idrogeno nel nucleo.

3.4.6 TZ For

Il sistema TZ Fornacis è uno dei pochi tra quelli del nostro campione che contiene due stelle molto evolute: una gigante (Tipo spettrale G8 III, massa 2.049 $M_\odot$, raggio 8.318 $R_\odot$) e una subgigante (Tipo spettrale F7 IV, massa 1.949 $M_\odot$, raggio 3.962 $R_\odot$); per quanto detto alla fine della sezione 3.4.5 questa binaria fornisce un test ideale per i modelli evolutivi. Esistono anche delle misure delle abbondanze con il [Fe/H]= 0.1 ± 0.15 che danno un valore di Z prossimo a quello solare (Z$\simeq$0.023). L'unico set in grado di riprodurre tale metallicità è però quello di Ginevra, ma anche con questo modello si riscontrano diversi problemi. In LVG (vedi figura 3.7) si mostra come, fissando il valore della massa a quello di TZ For B, le tracce evolutive del gruppo di Ginevra non "passano" per il punto occupato da tale stella nel diagramma di HR per nessun valore della metallicità considerato; allo stesso modo, se si fissa la metallicità al valore osservato, l'unico modo per fittare TZ For B nel diagramma di HR è quello di prendere una massa pari a 1.839 $M_\odot$, 5σ in meno del valore di misura. Abbiamo così illustrato un caso in cui i modelli qui considerati sembrano non funzionare troppo bene. Possiamo ipotizzare che una delle possibili difficoltà nello studio di stelle in questa fase evolutiva sia legata alla convezione. Anche le giganti rosse, come le stelle di MS con massa minore di circa 1.2 $M_\odot$, hanno un inviluppo convettivo e quindi in tali stelle si riscontrano i problemi legati alla valutazione dell'efficacia del trasporto convettivo (teoria della mixing length).

3.4.7 Alcuni casi di bad-fit

I sistemi RT And, HS Aur, CG Cyg e FL Lyr sono tutti sistemi con almeno una stella nel range di $0.7 - 1.1 M_\odot$ e rappresentano alcuni casi di bad-fit per il metodo di LVG.

Nessuna delle componenti di HS Aur viene fittata dalle tracce di Ginevra, mentre solo per valori molto alti di Z si ottiene un discreto fit con il modello di Padova (vedi figura 3.8). I valori di best-fit per questo modello sono (Z, $\log t$) = (0.049, 9.978), cioè una metallicità più che doppia rispetto a quella solare per una stella due volte più vecchia del nostro Sole. Questi valori sono quantomeno "strani"(l'arricchimento in metalli del mezzo interstellare dovrebbe portare a un aumento della metallicità per stelle che si formano dopo), ma non è disponibile per HS Aur un'analisi spettroscopica delle abbondanze che permetta di stabilire se questo sistema è effettivamente ricco di metalli o se sono i modelli che hanno qualcosa di sbagliato per questi valori delle masse.

Per quel che riguarda gli altri tre sistemi citati in questa sezione, esiste una possibile spiegazione per i bad-fit. In LVG gli autori ipotizzano che, nonostante tali sistemi non riempiano i propri lobi di Roche (vedi sezione 1.3), è possibile che le loro componenti abbiano scambiato o stiano scam-

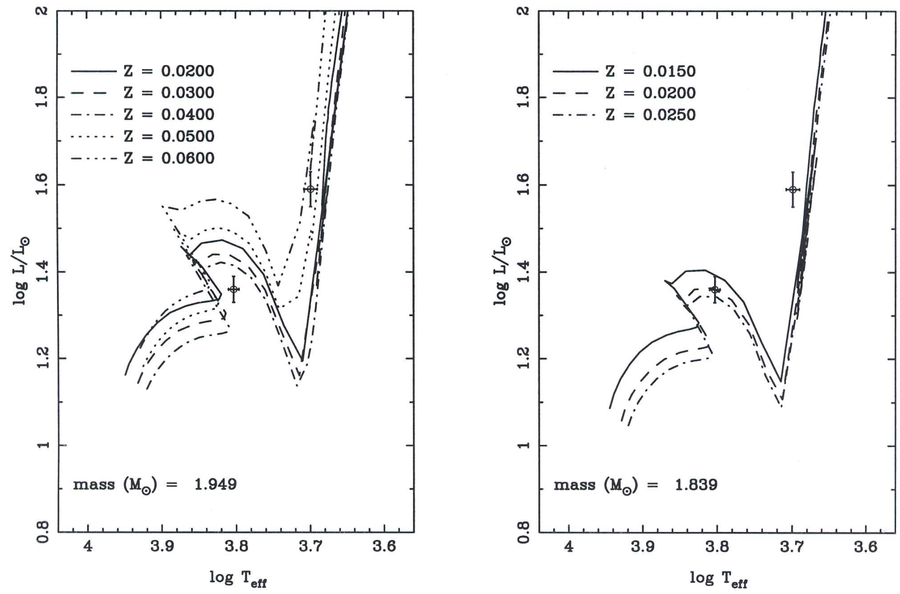

Figura 3.7: A sinistra: in questo grafico si può osservare come le tracce di Ginevra non siano in grado di fittare TZ For B per nessun valore della metallicità. A destra: per poter riprodurre la luminosità e la temperatura osservate per TZ For B con valori della metallicità vicini a quello solare è necessario utilizzare le tracce per una stella di 1.839 masse solari, mentre la massa misurata per la stessa stella è pari a 1.949 $\pm$ 0.027; è necessaria quindi una riduzione di circa cinque volte l'errore di misura. Da Lastennet e Valls-Gabaud (2002).

biando massa per un'altra via che non attraverso i punti lagrangiani. Esiste un'evidenza, per questi sistemi, di una sviluppata attività atmosferica. La materia espulsa attraverso degli *star-spots*, delle specie di eruzioni, può andare da una stella all'altra attraverso dei veri e propri "ponti magnetici". In tal caso il sistema non può più essere considerato staccato (in senso evolutivo) e l'utilizzo di modelli evolutivi di singola stella è completamente errato. Inoltre le stesse curve di luce devono essere rianalizzate tenendo conto di questi fatti (gli spots e la materia interstellare alterano le curve di luce) e quindi, se tali ipotesi venissero confermate, gli elementi orbitali di questi sistemi andrebbero ricalcolati.

E' importante osservare che in questo range di masse le stelle hanno inviluppi convettivi; anche se gli autori non si soffermano su questo punto, si potrebbe pensare che i bad-fit siano dovuti, almeno in parte, alle incertezze sul meccanismo di trasporto dell'energia per convezione e cioè sulla teoria della mixing length.

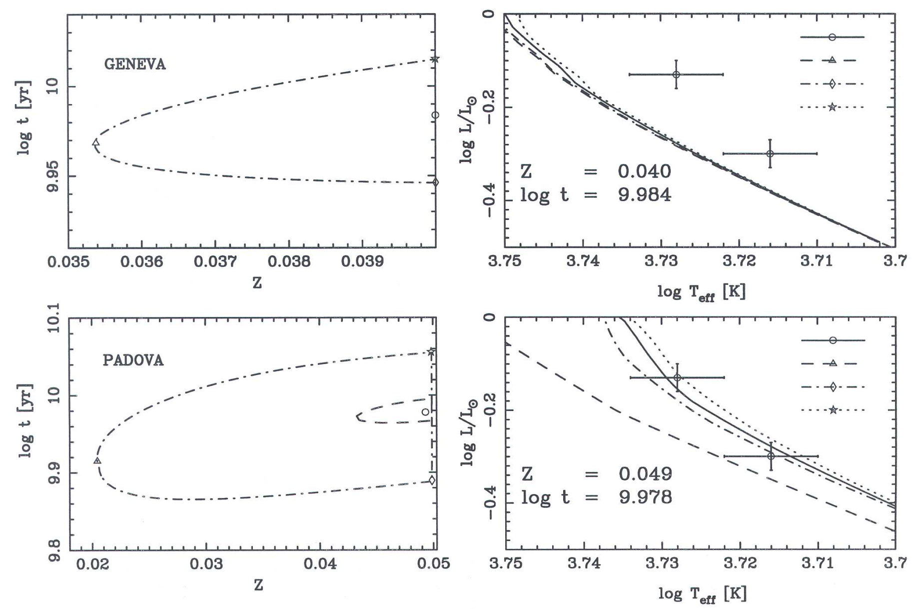

Figura 3.8: A sinistra: regioni di iso-χ^2 per il sitema HS Aur; a destra: isocrone nel diagramma di HR ottenute con i valori di Z e $\log t$ corrispondenti ai vari punti indicati nei grafici a sinistra. Sono indicati i valori di best-fit (cerchietti vuoti); i punti indicati dalla stellina, dal rombo e dal triangolo sono tutti sul contorno a 3σ. I grafici in alto si riferiscono al modello di Ginevra, quelli in basso a quello di Padova. Da Lastennet e Valls-Gabaud (2002)

Conclusioni

Come già detto, lo scopo di questa tesina non è un'analisi dettagliata di singoli sistemi binari. Abbiamo voluto invece mettere in evidenza, con alcuni esempi significativi, l'importanza dei dati precisi che si possono ottenere dalle binarie che hanno simultaneamente il carattere di SB2 e EcB. Tali dati vengono possono essere utilizzati per testare le capacità predittive dei modelli evolutivi.

Abbiamo illustrato alcune delle possibili fonti d'incertezza sui vari modelli stellari; se tali incertezze non vengono tenute in conto, è possibile incorrere in errori sistematici, qualora i set di tracce disponibili vengano utilizzati, per così dire, in maniera poco critica e attenta. Pertanto, specie nell'ultima parte abbiamo dato particolare importanza al lavoro di Lastennet e Valls-Gabaud (2002). In tale lavoro si testano tre diversi set (Ginevra, Padova e Granada) non allo scopo di stabilire quale sia il "migliore" (cioè quello con cui si ottengono i fit migliori) ma per mettere in evidenza come diversi set, che utilizzano diverse prescrizioni per il parametro di mixing lenght, per l'arricchimento di elio (cioè per la quantità $\frac{\Delta Y}{\Delta Z}$) o anche per altri parametri fisici, possano dare risultati ugualmente soddisfacenti.

Sono state inoltre riportate le analisi di alcuni sistemi particolari. Si è così notato che i test più stringenti per i modelli, si possono avere solo per quei sistemi per cui esiste una buona determinazione della metallicità. Questo parametro, come mostrato, influenza molto le caratteristiche delle stelle, e quando non è ben misurato costituisce un'ulteriore fonte d'incertezza.

Abbiamo infine riportato alcuni casi di bad fit, che comprendono stelle con masse nel range di $0.7 - 1.1 M_{\odot}$ (RT And, HS Aur, CG Cyg e FL Lyr) e anche il sistema TZ For che contiene una gigante e una subgigante. Per tutte queste bianrie gli autori evidenziano una difficoltà dei modelli a riprodurre entrambe le componenti con la stessa isocrona. Per RT And, CG Cyg e FL Lyr in LVG è stata proposta una possibile spiegazione ai bad-fit, di cui abbiamo parlato in sezione 3.4.7, mentre HS Aur e TZ For rappresentano per ora dei problemi irrisolti.

Anche se gli autori non hanno puntato molto l'attenzione su questo aspetto, riteniamo che una possibile fonte d'incertezza per questi sistemi sia nella teoria della mixing length. Tanto le stelle di piccola massa quanto le giganti rosse hanno inviluppi convettivi e quindi il trasporto di energia in queste zone viene calcolato nei modelli facendo uso della teoria della mixing length. Per tutti e tre i modelli utilizzati in LVG il parametro α viene tenuto fisso, mentre, secondo il parere stesso degli autori, sarebbe auspicabile disporre di set di tracce in cui anche questo parametro possa esser fatto variare.

In conclusione, il sostanziale accordo teoria-osservazione riscontrato indica che lo scenario evolutivo generale è ben definito. Esistono tuttavia alcune problematiche, anche importanti, che devono ancora essere risolte.

Appendice A

Tabella dei dati osservativi

Sistema	Tipo Sp.	(B-V)$_0$	$M/M_\odot$		$R/R_\odot$		$\log g$(cgs)		$\log T$(K)		$\log(L/L_\odot)$		M_V	
EM Car	O8V	-0.305	22.89	±0.32	9.34	±0.17	3.857	±0.017	4.531	±0.026	5.02	±0.10	-4.56	±0.26
	O8V	-0.305	21.43	0.33	8.33	0.14	3.928	0.016	4.531	0.026	4.92	0.10	-4.31	0.26
Y Cyg[a]∗	O9.8 V	—	17.57	0.27	5.93	0.07	4.16	0.10	4.538	0.008	4.67	0.04	-4.40	0.10
	O9.8V	—	17.04	0.26	5.78	0.07	4.18	0.10	4.534	0.008	4.63	0.04	-4.40	0.10
V478 Cyg	O9.5V	-0.29	16.67	0.45	7.423	0.079	3.919	0.015	4.484	0.015	4.63	0.06	-3.89	0.15
	O9.5V	-0.29	16.31	0.35	7.423	0.079	3.909	0.013	4.485	0.015	4.63	0.06	-3.89	0.15
CW Cep	B0.5V	-0.28	13.52	0.39	5.685	0.130	4.059	0.024	4.452	0.015	4.27	0.06	-3.17	0.16
	B0.5V	-0.28	12.08	0.29	5.177	0.129	4.092	0.024	4.442	0.016	4.15	0.07	-2.94	0.17
QX Car	B2V	-0.23	9.267	0.122	4.289	0.091	4.140	0.02	4.377	0.009	3.72	0.04	-2.32	0.10
	B2V	-0.225	8.480	0.122	4.051	0.091	4.151	0.021	4.354	0.010	3.58	0.04	-2.07	0.11
V539 Ara[a]●	B3V	-0.19	6.24	0.07	4.50	0.08	3.926	0.017	4.260	0.029	3.29	0.12	-1.70	0.29
	B4V	-0.19	5.31	0.06	3.42	0.08	4.096	0.012	4.230	0.031	3.02	0.13	-1.04	0.31
CV Vel	B2.5V	-0.19	6.100	0.044	4.087	0.036	4.000	0.008	4.253	0.012	3.19	0.05	-1.48	0.12
	B2.5V	-0.19	5.996	0.035	3.948	0.036	4.023	0.008	4.250	0.012	3.15	0.05	-1.38	0.12
U Oph	B5V	-0.175	5.198	0.013	3.438	0.044	4.081	0.015	4.220	0.020	2.91	0.08	-1.05	0.20
	B6V	-0.165	4.683	0.090	3.005	0.055	4.153	0.018	4.199	0.020	2.70	0.08	-0.41	0.20
DI Her	B5V	-0.18	5.185	0.108	2.680	0.046	4.297	0.018	4.230	0.020	2.73	0.08	-0.46	0.21
	B5V	-0.155	4.534	0.066	2.477	0.045	4.307	0.017	4.179	0.020	2.46	0.08	-0.05	0.21

[a]Dati tratti da Lastennet, Valls-Gabaud (2002) e ref.citate, [22]

Sistema	Tipo Sp.	B-V$_0$	$M/M_\odot$		$R/R_\odot$		$\log g$(cgs)		$\log T$(K)		$\log (L/L_\odot)$		M_V	
V760 Sco	B4V	-0.165	4.980	±0.090	3.013	±0.066	4.177	±0.021	4.228	±0.013	2.82	±0.05	-0.71	±0.14
	B4V	-0.155	4.620	0.073	2.640	0.053	4.259	0.019	4.210	0.013	2.63	0.06	-0.24	0.14
GG Lup[a]•	B7V	-0.16	4.116	0.040	2.379	0.025	4.301	0.011	4.164	0.030	2.36	0.12	0.06	0.30
	B9V	-0.10	2.509	0.024	1.725	0.019	4.364	0.010	4.041	0.047	1.59	0.19	1.01	0.47
ξ Phe	B6V	-0.145	3.930	0.045	2.851	0.015	4.122	0.009	4.163	0.010	2.51	0.04	-0.59	0.11
	B8V	-0.05	2.551	0.026	1.853	0.023	4.309	0.012	4.076	0.007	1.79	0.03	0.91	0.08
χ^2 Hya	B8V	-0.09	3.613	0.079	4.384	0.039	3.712	0.015	4.066	0.010	2.50	0.04	-0.87	0.10
	B8V	-0.065	2.638	0.050	2.165	0.043	4.188	0.019	4.041	0.010	1.79	0.04	0.78	0.11
IQ Per	B8V	-0.11	3.521	0.067	2.446	0.026	4.208	0.019	4.090	0.008	2.09	0.03	0.28	0.08
	A6V	0.20	1.737	0.031	1.503	0.017	4.323	0.013	3.885	0.008	0.85	0.04	2.59	0.09
PV Cas	B9.5V	-0.04	2.827	0.050	2.243	0.035	4.187	0.016	4.000	0.010	1.65	0.04	0.80	0.11
	B9.5V	-0.04	2.768	0.054	2.287	0.035	4.162	0.016	4.000	0.010	1.67	0.04	0.76	0.11
V451 Oph	B9V	-0.08	2.776	0.063	2.640	0.031	4.038	0.015	4.033	0.032	1.93	0.13	0.34	0.32
	A0V	-0.02	2.356	0.052	2.028	0.028	4.196	0.015	3.991	0.022	1.53	0.09	1.11	0.22
WX Cep	A5V	0.14	2.539	0.050	3.994	0.030	3.640	0.011	3.991	0.012	1.80	0.05	0.21	0.12
	A2V	0.05	2.329	0.045	2.711	0.023	3.939	0.011	3.949	0.012	1.62	0.05	0.75	0.12
TZ Men	A0V	-0.06	2.487	0.025	2.016	0.020	4.225	0.011	4.017	0.017	1.63	0.07	0.93	0.17
	A8V	0.30	1.504	0.010	1.432	0.015	4.303	0.009	3.857	0.018	0.69	0.07	2.97	0.18
V1031 Ori	A6V	0.18	2.473	0.018	4.321	0.034	3.560	0.008	3.895	0.028	1.80	0.11	0.18	0.28
	A3V	0.10	2.286	0.016	2.977	0.064	3.850	0.019	3.924	0.026	1.60	0.11	0.74	0.26

[a]Dati tratti da Andersen, Clausen, Giménez (1993), [3]

Sistema	Tipo Sp.	B-V_0	$M/M_\odot$		$R/R_\odot$		$\log g$(cgs)		$\log T$(K)		$\log(L/L_\odot)$		M_V	
β Aur[a]●	A1IV	0.035	2.381	±0.020	2.769	±0.031	3.930	±0.010	3.954	±0.019	1.59	±0.08	0.84	±0.20
	A1IV	0.035	2.306	0.020	2.627	0.029	4.027	0.020	3.954	0.019	1.54	0.08	0.96	0.20
GG Ori[b]∗	B9.5V	-0.036	2.342	0.016	1.852	0.025	4.272	0.012	3.998	0.009	1.46	0.04	1.17	0.04
	B9.5V	-0.036	2.338	0.017	1.830	0.025	4.282	0.012	3.998	0.009	1.47	0.04	1.20	0.04
SZ Cen	A7V	0.22	2.317	0.026	4.554	0.032	3.486	0.008	3.875	0.017	1.77	0.07	0.29	0.17
	A7V	0.20	2.277	0.021	3.624	0.026	3.677	0.007	3.892	0.017	1.64	0.07	0.61	0.17
YZ Cas	A1m	0.025	2.314	0.021	2.534	0.026	3.995	0.011	3.964	0.014	1.62	0.06	0.77	0.14
	F2V	0.37	1.350	0.010	1.348	0.015	4.309	0.010	3.826	0.016	0.52	0.07	3.42	0.16
V624 Her	A3m	0.14	2.282	0.015	3.030	0.034	3.834	0.010	3.911	0.008	1.56	0.03	0.81	0.08
	A7V	0.165	1.881	0.013	2.209	0.034	4.024	0.014	3.900	0.008	1.24	0.04	1.60	0.09
GZ CMa	A3m	0.06	2.206	0.019	2.492	0.032	3.989	0.012	3.945	0.017	1.53	0.07	0.96	0.17
	A4V	0.09	2.005	0.018	2.131	0.037	4.083	0.016	3.931	0.017	1.33	0.07	1.42	0.17
V1647 Sgr	A1V	-0.01	2.189	0.037	1.831	0.018	4.253	0.012	3.982	0.014	1.41	0.05	1.35	0.14
	A1V	0.04	1.972	0.033	1.666	0.017	4.289	0.012	3.959	0.014	1.23	0.06	1.73	0.14
EE Peg	A3m	0.08	2.156	0.024	2.089	0.025	4.132	0.013	3.940	0.010	1.35	0.04	1.38	0.10
	F5V	0.44	1.335	0.011	1.312	0.013	4.328	0.009	3.810	0.020	0.43	0.08	3.65	0.20
AI Hya	F2m	0.36	2.145	0.038	3.914	0.031	3.584	0.011	3.826	0.004	1.44	0.02	1.10	0.04
	F0V	0.30	1.978	0.036	2.766	0.017	3.850	0.010	3.851	0.004	1.24	0.02	1.61	0.04
VV Pyx	A1V	0.00	2.101	0.022	2.167	0.020	4.089	0.009	3.978	0.009	1.54	0.04	1.01	0.09
	A1V	0.00	2.099	0.019	2.167	0.020	4.088	0.009	3.978	0.009	1.54	0.04	1.01	0.09

[a]Dati tratti da Nordström, Johansen (1994), [24]
[b]Dati tratti da Torres et al.(2000), [33]

Sistema	Tipo Sp.	B-V_0	$M/M_\odot$		$R/R_\odot$		$\log g(\mathrm{cgs})$		$\log T(\mathrm{K})$		$\log (L/L_\odot)$		M_V	
TZ For	G8III	0.97	2.049	±0.055	8.318	±0.121	2.909	±0.018	3.699	±0.009	1.59	±0.04	1.04	±0.09
	F7IV	0.46	1.949	0.027	3.962	0.088	3.532	0.020	3.803	0.007	1.36	0.03	1.35	0.08
EK Cep	A1.5V	0.04	2.029	0.023	1.579	0.007	4.349	0.010	3.954	0.010	1.17	0.04	1.89	0.10
	G5Vp	0.54	1.124	0.012	1.315	0.006	4.251	0.006	3.756	0.015	0.21	0.06	4.31	0.15
WW Aur	A5m	0.14	1.987	0.034	1.883	0.038	4.187	0.019	3.910	0.015	1.14	0.06	1.86	0.16
	A7m	0.19	1.799	0.025	1.883	0.038	4.143	0.018	3.890	0.015	1.06	0.06	2.05	0.16
KW Hya	A5m	0.17	1.978	0.036	2.125	0.016	4.079	0.013	3.903	0.011	1.22	0.04	1.66	0.11
	F0V	0.37	1.488	0.017	1.480	0.014	4.270	0.010	3.839	0.013	0.65	0.05	3.08	0.13
RS Cha	A8V	0.20	1.858	0.016	2.137	0.055	4.047	0.023	3.906	0.010	1.24	0.05	1.64	0.11
	A8V	0.26	1.821	0.018	2.338	0.055	3.961	0.021	3.886	0.010	1.24	0.05	1.63	0.11
MY Cyg	F0m	0.30	1.786	0.030	2.193	0.050	4.008	0.021	3.848	0.010	1.03	0.04	2.13	0.11
	F0m	0.31	1.811	0.025	2.193	0.050	4.014	0.021	3.845	0.010	1.01	0.04	2.16	0.11
FS Mon[a]	F2V	0.352	1.632	0.012	2.051	0.012	4.026	0.005	3.827	0.006	0.89	0.03	2.48	0.07
	F4V	0.397	1.462	0.010	1.629	0.012	4.179	0.006	3.816	0.006	0.64	0.03	3.09	0.08
PV Pup	A8V	0.32	1.565	0.011	1.542	0.018	4.257	0.010	3.840	0.019	0.69	0.08	2.98	0.19
	A8V	0.32	1.554	0.013	1.499	0.018	4.278	0.011	3.841	0.019	0.67	0.08	3.03	0.19
V442 Cyg	F1V	0.32	1.564	0.024	2.072	0.034	3.999	0.016	3.839	0.006	0.94	0.03	2.35	0.07
	F2V	0.34	1.410	0.023	1.662	0.033	4.146	0.019	3.833	0.006	0.72	0.03	2.89	0.08
RZ Cha	F5V	0.47	1.518	0.021	2.264	0.017	3.909	0.009	3.810	0.010	0.90	0.04	2.46	0.10
	F5V	0.47	1.509	0.027	2.264	0.017	3.907	0.010	3.810	0.010	0.90	0.04	2.46	0.10

[a]Dati tratti da Lacy et al.(2000), [20]

Sistema	Tipo Sp.	B-V_0	$M/M_\odot$		$R/R_\odot$		$\log g$(cgs)		$\log T$(K)		$\log(L/L_\odot)$		M_V	
BW Aqr	F7V	0.45	1.488	±0.022	2.064	±0.044	3.981	±0.020	3.803	±0.007	0.79	±0.03	2.74	±0.08
	F8V	0.48	1.386	0.021	1.788	0.043	4.075	0.022	3.810	0.007	0.70	0.03	2.98	0.09
DM Vir[a]•	F7V	0.47	1.454	0.008	1.763	0.017	4.108	0.009	3.806	0.010	0.67	0.04	3.05	0.10
	F7V	0.47	1.448	0.008	1.763	0.017	4.106	0.009	3.806	0.010	0.67	0.04	3.05	0.10
AD Boo[b]*	F6V	0.48	1.438	0.016	1.614	0.012	4.180	0.011	3.805	0.006	0.59	0.03	3.20	0.11
	G0V	0.61	1.237	0.013	1.211	0.018	4.364	0.019	3.775	0.007	0.22	0.04	4.18	0.12
V1143 Cyg	F5V	0.46	1.391	0.016	1.346	0.023	4.323	0.016	3.810	0.007	0.45	0.03	3.60	0.08
	F5V	0.46	1.347	0.013	1.323	0.023	4.324	0.016	3.806	0.007	0.42	0.03	3.67	0.08
RT And[b]*	F8V	0.54	1.24	0.03	1.260	0.015	4.335	0.015	3.785	0.015	0.29	0.06	4.00	0.15
	K3V	1.05	0.91	0.02	0.900	0.013	4.484	0.015	3.675	0.010	-0.43	0.04	6.2	0.2
UX Men	F8V	0.54	1.238	0.006	1.347	0.013	4.272	0.009	3.792	0.007	0.38	0.03	3.81	0.07
	F8V	0.54	1.198	0.007	1.274	0.013	4.306	0.009	3.789	0.007	0.32	0.03	3.96	0.07
AI Phe[b]•	K0IV	0.83	1.231	0.005	2.931	0.007	3.593	0.003	3.700	0.010	0.69	0.04	3.24	0.11
	F7V	0.47	1.190	0.006	1.762	0.007	4.021	0.004	3.800	0.010	0.67	0.04	3.07	0.11
FL Lyr	F8V	0.52	1.221	0.016	1.282	0.028	4.309	0.020	3.789	0.007	0.32	0.03	3.95	0.09
	G8V	0.78	0.960	0.012	0.962	0.028	4.454	0.026	3.724	0.008	-0.18	0.04	5.37	0.10
EW Ori	G0V	0.57	1.194	0.014	1.141	0.011	4.401	0.010	3.776	0.007	0.17	0.03	4.36	0.08
	G5V	0.64	1.158	0.014	1.145	0.011	4.384	0.010	3.762	0.007	0.12	0.03	4.54	0.07
CG Cyg[b]*	G9V	0.81	0.940	0.012	0.890	0.013	4.512	0.014	3.721	0.015	-0.26	0.06	5.55	0.10
	K3V	1.06	0.810	0.013	0.840	0.014	4.505	0.016	3.674	0.006	-0.51	0.03	6.40	0.12

[a] Dati tratti da Latham et al.(1996), [21]
[b] Dati tratti da Lastennet, Valls-Gabaud (2002) e ref.citate, [22]

Sistema	Tipo Sp.	B-V_0	$M/M_\odot$		$R/R_\odot$		$\log g$(cgs)		$\log T$(K)		$\log{(L/L_\odot)}$		M_V	
HS Aur	G8V	0.77	0.900	±0.019	1.004	±0.024	4.389	±0.023	3.728	±0.006	-0.13	±0.03	5.23	±0.08
	K0V	0.82	0.879	0.017	0.873	0.024	4.500	0.025	3.716	0.006	-0.30	0.03	5.68	0.08
YY Gem	M1V	1.37	0.588	0.022	0.619	0.021	4.624	0.033	3.576	0.003	-1.16	0.03	8.99	0.08
	M1V	1.37	0.588	0.022	0.619	0.021	4.624	0.033	3.576	0.003	-1.16	0.03	8.99	0.08

Tabella A.1: Dati osservativi. Quando non indicato da una nota i dati sono tratti da Andersen (1991); il cerchietto pieno (•) indica sistemi già presenti nella lista originaria di Andersen per i quali abbiamo adottato dati aggiornati; l'asterisco (∗) indica sistemi non presenti nella lista di Andersen.

Bibliografia

[1] J.Andersen, The Astronomy and Astrophysics Review (1991) 3, 91

[2] J.Andersen, Inside the stars, IAU Colloquium 137. ASP Conference Series, vol 40, 1993

[3] J.Andersen, J.V.Clausen, A.Giménez, Astronomy and Astrophysics (1993) 277, 439

[4] A.H.Batten, Reports on Progress in Physics (1995), vol 58, Issue 8, 885

[5] A.H.Batten, *Binary and multiple system of stars*

Pergamon press, 1973

[6] A.Bressan, F.Fagotto, G.Bertelli, C.Chiosi, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1993) , 100, 647

[7] V.Castellani, *Astrofisica stellare. I fondamenti fisici dell'interpretazione evolutiva di stelle e galassie.*

Zanichelli, 1985.

[8] V.Castellani, S.Degl'Innocenti, M.Marconi Astronomy and Astrophysics (1999) 349, 834

[9] C.Charbonnel,G.Meynet, A.Maeder, D.Schaerer, G.Schaller, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1993) 101, 415

[10] A.Claret, A.Giménez, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1992) 96, 225

[11] L.Gratton. *Introduzione all'astrofisica. Stelle e galassie, vol.1*

Zanichelli, 1978.

[12] P.P.Eggleton, The Astrophysical Journal (1983) 268, 368

[13] F.Fagotto, A.Bressan, G.Bertelli, C.Chiosi, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1994a) 104, 365

[14] F.Fagotto, A.Bressan, G.Bertelli, C.Chiosi, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1994b) 105, 29

[15] F.Fagotto, A.Bressan, G.Bertelli, C.Chiosi, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1994c) 105, 39

[16] P.Hadrava, Astronomy and Astrophysics, supplement series (1995) 114, 393

[17] P.Harmanec, 1988 Bull. Astron. Inst. Czech (1988) 39, 329

[18] C.A.Hummel, J.T.Armstrong, Very high angular resolution imaging, IAU Symposium, 158, 1994

[19] A.Kruszewski, I.Semeniuk, Acta Astronomica (1999), vol 49, 561

[20] C.H.S.Lacy, G.Torres, A.Claret, R.P.Stefanik, D.W.Latham, J.A.Sabby, The Astronomical Journal (2000) 119, 1389

[21] D.W.Latham, B.Nordström, J.Andersen, G.Torres, R.P.Stefanik, M.Thaller, M.J.Bester, Astronomy and Astrophysics (1996) 314, 864

[22] E.Lastennet, D.Valls-Gabaud, Astronomy and Astrophysics (2002) 396, 551

[23] N.Mowlavi et al., Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1998) 128, 471

[24] B.Nordström, K.T.Johansen, Astronomy and Astrophysics (1994) 291, 777

[25] B.E.J.Pagel, L.Portinari MNRAS (1998) 298, 747

[26] P.Paolicchi, *Lezioni di astrofisica.*

Dispense per il corso di astrofisica I, c.d.l. in Fisica, Università degli studi di Pisa, a.a.2002-2003.

[27] D.M.Popper, Ann. Rev. Astron. Astrophys. (1980) 18, 115

[28] P.G.Prada Moroni,V.Castellani, S.Degl'Innocenti, L.Lindegren, Massive Stellar Clusters, ASP Conference Series, Vol.211, 2000

[29] D.Schaerer, G.Meynet, A.Maeder,G.Schaller, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1993a) 98, 523

[30] D.Schaerer, C.Charbonnel, G.Meynet, A.Maeder, G.Schaller, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1993b) 102, 339

[31] G.Schaller, D.Schaerer, G.Meynet, A.Maeder, Astronomy and Astrophysics Suppl. Ser. (1992) 96, 269

[32] S.N.Shore, M.Livio, E.P.J.van den Heuvel, *Interacting Binaries.* Saas-Fee Advanced Course 22, Lecture notes 1992, Swiss society for Astrophysics and Astronomy.

Springer-Verlag, 1992.

[33] G.Torres, C.H.S.Lacy, A.Clarey, J.A.Sabby, The Astronomical Journal (2000) 120, 3226

[34] W.F.van Altena, J.T.Lee, D.Hoffleit, General Catalogue of Trigonometric Stellar Parallaxes (1989), Yale Univ.Obs.

[35] D.A.VandenBerg, The Astrophysical Journal, supplement series (1985) 58, 711