

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Fisica

ANNO ACCADEMICO 2003 - 2004

Tesi di laurea

**Distanza degli Ammassi
Stellari dal Vertice
del Ramo delle
Giganti Rosse**

Candidato:
Gianazzi Simone

Relatore:
Dott.ssa Scilla Degl'Innocenti

Indice

1	Introduzione	2
2	Ammassi stellari	3
2.1	Isocrone d'ammasso	4
3	Metodi di misura delle distanze alternativi al TRGB	7
3.1	Parallasse trigonometrica	7
3.2	Stelle variabili	8
3.2.1	Cefeidi classiche	9
3.2.2	RR Lyrae	11
3.3	Fitting del ramo orizzontale	12
4	Definizione del metodo di distanza basato sulla luminosità del TRGB	14
4.1	Andamento di L^{TRGB} con l'età	14
4.2	Andamento di L^{TRGB} con la metallicità	19
4.2.1	Calibrazione	19
5	Fonti di errore	27
5.1	Individuazione del vertice	27
5.2	Rapporto Segnale-Rumore	27
5.3	Affollamento (o Crowding)	29
5.4	Effetti statistici	30
5.5	Contaminazione di campo	31
6	Applicazioni e confronto con metodi di distanza alternativi	31
A	Indici di metallicità	38
B	Bande spettrali	38
	Bibliografia	39

1 Introduzione

La stima delle distanze spaziali è uno degli argomenti fondamentali in astrofisica. Sarebbe importantissimo avere a disposizione un metodo *preciso* per la misura di distanze su tutte le scale astronomiche: dall'interno della *Via Lattea* alle Galassie esterne; basti pensare alla possibilità di avere una stima precisa del valore della costante di Hubble H_0 .

L'unico metodo diretto per la misura delle distanze è quello detto della *parallasse trigonometrica* (vedi sezione 3.1): si tratta di un metodo molto preciso ma utilizzabile solo per oggetti non troppo distanti (al massimo qualche centinaio di pc). Per stelle più lontane, e dunque non parallassabili, la stima della distanza segue l'identificazione delle cosiddette *candele standard*, ovvero di stelle di cui si conosce a priori la luminosità assoluta L o la magnitudine M_i in una certa banda dello spettro (B , V , I , etc., vedi anche appendice B). Nota quest'ultima, infatti, per ricavare la distanza r (espressa in pc) è sufficiente misurare la magnitudine apparente m_i nella stessa banda:

$$m_i - M_i = -5 + 5 \log r \equiv \text{DM} \quad (1)$$

dove DM è detto *modulo di distanza*. Da notare che la magnitudine in una certa banda è legata a quella bolometrica da un termine (BC), detto *correzione bolometrica*. In formule, per esempio nella banda V, si ha:

$$m_V = m_{\text{BOL}} - \text{BC}_V \implies m_V - M_V = \text{DM}$$

Esistono diversi tipi di candele standard, a seconda delle distanze che si vogliono misurare (galattiche, extragalattiche). Tra le altre, dal momento che ci interesseranno nel seguito, citiamo le stelle variabili: soprattutto le *Cefeidi* (vedi sezione 3.2.1) e le *RR Lyrae* (vedi sezione 3.2.2). Queste stelle mostrano una regolare variazione di luminosità e il periodo della loro pulsazione è strettamente correlato alla loro magnitudine intrinseca. Così, se si conosce il periodo di variabilità, si può dedurre la loro magnitudine, e da qui la distanza.

In questa tesi analizzeremo un altro tipo di candela standard: la luminosità del *vertice del ramo delle giganti rosse* (*tip of the red giant branch* o, più semplicemente, *TRGB*). Sappiamo che le stelle, dopo l'esaurimento dell'idrogeno al centro, iniziano a bruciarlo in una shell che circonda un nucleo di elio (fase di gigante rossa). In stelle di piccola massa ($M_\star \lesssim 1 M_\odot$), la massa del nucleo di elio cresce col passare del tempo, fino a raggiungere un valore critico ($M_{\text{core}}^{\text{He}} \approx 0.5 M_\odot$) in corrispondenza del quale si ha l'innesco della combustione di elio in carbonio ed ossigeno ("*flash* dell'elio"). La luminosità a cui avviene il flash dipende solo dalla massa del nucleo degenerare di elio, che è funzione della composizione chimica e della massa originaria

della stella; inoltre, poiché le stelle in RGB non sono stelle variabili (vedi sezione 3.2), tale luminosità può subire solo piccole fluttuazioni statistiche. Le perdite di massa che avvengono in fase di gigante rossa su tempi scala dinamici non influenzano la crescita in massa del nucleo di elio che avviene su tempi scala nucleari. Infine, come vedremo più avanti (vedi sezione 4.1), in stelle di età tipica di ammasso globulare la luminosità del TRGB non dipende dall'età. Per questa serie di motivi, la luminosità al “tip” è un'ottima candela standard.

2 Ammassi stellari

La genesi stellare avviene principalmente in enormi nubi interstellari (dette *protoammassi*), composte da idrogeno ed elio, con una piccola percentuale di metalli¹. Queste nubi possono contenere anche milioni di masse solari di materia, perciò, da una stessa nube, possono avere origine milioni di stelle. Tali stelle, aventi caratteristiche comuni, risultano legate gravitazionalmente in agglomerati che prendono il nome di *ammassi stellari*.

Si distinguono due tipi di ammassi stellari: gli *ammassi aperti* e gli *ammassi globulari*. La distinzione discende dalle profonde differenze morfologiche (gli ammassi aperti hanno una forma irregolare mentre quelli globulari evidenziano una spiccata simmetria sferica), fotometriche, chimiche e cinematiche; differenze che rispecchiano la storia evolutiva della Galassia².

Ammassi aperti Si trovano sul piano della Galassia, in regioni spesso ricche di gas. Sono composti da non più di qualche migliaio di stelle (di solito, molte meno) ad elevata metallicità ($0.01 \lesssim Z \lesssim 0.05$), tra le quali le più luminose hanno colore blu. Le loro dimensioni non superano le decine di parsec. Vedi anche figura 1.

Ammassi globulari Si trovano nell'*alone*³ della Galassia, in regioni povere di gas e di materia interstellare. Se ne contano circa 450 nella *Via Lattea* ma molti altri sono stati individuati in Galassie vicine. Generalmente sono composti da centinaia di migliaia di stelle (i più ricchi possono superare il milione di stelle) a bassa metallicità ($0.0001 \lesssim Z \lesssim 0.006$), tra le quali le più luminose hanno colore rosso. Tipicamente hanno un diametro che va da qualche decina a poche centinaia di anni-luce. Vedi anche figura 1.

¹In astrofisica, vengono definiti “metalli” tutti gli elementi chimici più pesanti dell'elio. Si definisce Z la loro abbondanza percentuale in massa. $[\text{Fe}/\text{H}]$ ed $[\text{M}/\text{H}]$ sono invece due grandezze, collegate a Z , che esprimono il contenuto in ferro o di tutti i metalli (vedi appendice A).

²È bene precisare che questa distinzione dicotomica può non avere senso per ammassi presenti in Galassie diverse dalla nostra, caratterizzate da una storia evolutiva differente.

³L'alone è una regione approssimativamente sferica che racchiude la Galassia.



Figura 1: A sinistra, ammasso aperto NGC3293. A destra, 47 Tucanae, uno dei più ricchi ammassi globulari della nostra Galassia. Immagini del telescopio anglo-australiano prese al nodo: <http://www.ast.cam.ac.uk/AAO/images.html/general/clusters.html>.

Ma cosa determina queste differenze? Senza entrare nel dettaglio, diciamo che diversi indizi inducono i ricercatori a concludere che queste siano riconducibili alla diversa età delle due tipologie di ammasso, e quindi alla storia evolutiva della Galassia (per approfondimenti vedi ad esempio *Galactic Astronomy, Structure and Kinematics*, Mihalas & Binney, 1981, cfr. [26]). Si pensi, per esempio, alla differente metallicità: questa discrepanza risulta ovvia se si ammette che gli ammassi aperti siano più giovani, cioè che le stelle che li compongono si siano formate in un periodo in cui generazioni stellari precedenti avevano già arricchito il cosmo di elementi pesanti, tipicamente a seguito di esplosioni di *supernovae*. D'altronde, anche la presenza, in molti ammassi aperti, di stelle giganti blu con tempi di vita relativamente brevi (stelle totalmente assenti negli ammassi globulari) è indice della loro giovane età.

Di fatto si stima che gli ammassi aperti abbiano dal milione agli 8-9 miliardi di anni, mentre quelli globulari si ritiene abbiano un'età attorno ai 10 miliardi di anni.

2.1 Isocrone d'ammasso

Durante l'evoluzione, le stelle modificano le loro caratteristiche fisiche (dimensioni, temperatura, energia emessa, etc.). Le principali osservabili stellari sono appunto la magnitudine apparente in una certa banda ed il colore, che vengono generalmente riportate in un diagramma detto *diagramma di*

Hertzsprung-Russell (*diagramma colore-magnitudine* o, più semplicemente, *CMD*), il quale offre un mezzo molto potente per lo studio dell'evoluzione stellare.

Dal punto di vista teorico, siamo in grado di costruire modelli stellari e vedere come questi evolvono nel tempo sul CMD, ricostruendo in tal modo le cosiddette *tracce evolutive*. Di contro, però, dati i tempi evolutivi stellari, non avremo mai modo di seguire osservativamente l'evoluzione di una singola stella nel diagramma colore-magnitudine.

L'importanza dello studio degli ammassi stellari è data dal fatto che tutte le stelle che li compongono hanno almeno tre caratteristiche in comune: stessa età, stessa metallicità e stessa distanza dalla Terra⁴. Dunque le caratteristiche osservative differenti che risultano dall'analisi delle singole stelle di uno stesso ammasso dipendono dall'unico "parametro" rimasto libero: la massa.

Sappiamo che la massa di una stella determina la velocità con cui questa evolve nel tempo: più massiccia è la stella, maggiore è la sua temperatura centrale, più velocemente essa consuma il suo "combustibile" e dunque più rapidamente attraversa tutte le fasi evolutive. Perciò un ammasso, caratterizzato da un'età ben definita, contiene stelle in diverse fasi evolutive (essendo le stelle più massicce in fasi più avanzate) e ciascuna fase risulta tanto più popolata quanto maggiore è la sua durata.

Il corrispondente teorico di un diagramma CM di ammasso stellare viene detto *isocrona d'ammasso* proprio perché costituito da stelle di pari età ma massa differente. Tali isocrone sono ottenute tramite l'interpolazione di tracce evolutive.

Vediamo allora un esempio di CMD (figura 2) che si riferisce all'ammasso globulare M68, mettendo in evidenza le varie fasi evolutive stellari. Ci concentreremo sul diagramma HR di un ammasso globulare perché, come abbiamo già accennato e come vedremo meglio nella sezione 4.1, il metodo TRGB è applicabile con sicurezza solo a popolazioni stellari in fase evolutiva avanzata.

Sequenza principale (MS) Le stelle rappresentate in questa zona bruciano idrogeno nel nucleo. Si tratta della fase evolutiva più lunga e, infatti, risulta anche quella più popolata.

Turn-Off (TO) Quando l'idrogeno del nucleo si avvicina all'esaurimento, la stella raggiunge un massimo nella sua temperatura effettiva (TO) per poi allontanarsi dalla sequenza principale.

⁴La distanza tra le singole stelle dell'ammasso è infatti molto minore della distanza dell'ammasso dalla Terra.

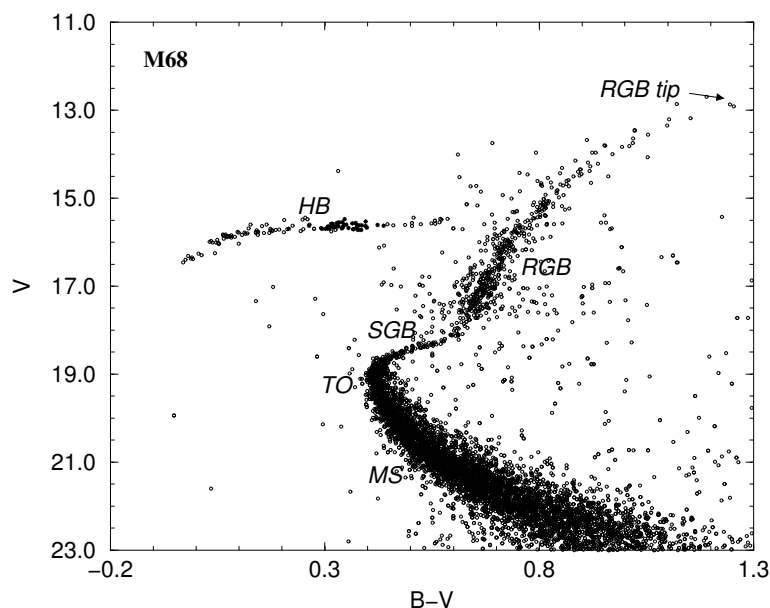


Figura 2: Diagramma colore-magnitudine dell'ammasso globulare M68 (dati da Walker, 1994).

Ramo delle giganti rosse (RGB) L'idrogeno inizia a bruciare in una shell attorno ad un nucleo di elio. A causa di ciò, la stella espande e raffredda, con la duplice conseguenza di aumentare la propria luminosità ed assumere un colore più rosso. Durante questa fase, a causa della diminuita forza gravitazionale sugli strati più esterni, sono possibili perdite di massa.

Flash dell'elio (Tip) Al vertice dell'RGB il nucleo di elio che, nelle stelle di piccola massa, è degenere elettronicamente, innesca la combustione dell'elio in carbonio ed ossigeno. Questa fase molto rapida ("esplosiva"), causa la rimozione della degenerazione elettronica del nucleo che, di conseguenza, si espande: la stella si sposta sul ramo orizzontale.

Ramo orizzontale (HB) È composto da stelle in fase di doppia combustione: elio al centro ed idrogeno in shell. La loro luminosità dipende principalmente dalla massa del nucleo di elio, mentre il loro colore dipende dalla massa totale della stella. Proprio per questo motivo le stelle che si trovano in questa fase evolutiva appaiono nel diagramma HR disposte su una stretta striscia orizzontale: la luminosità è infatti praticamente la stessa perché simili sono le masse dei nuclei al momento dell'innesco dell'elio centrale ($M_{\text{core}}^{\text{He}} \approx 0.5 M_{\odot}$), mentre il

colore dipende da quanta massa la stella abbia perso stocasticamente in RGB.

Ramo asintotico (AGB) Le stelle entrano in tale fase all'esaurimento dell'elio centrale. Esse presentano un nucleo inerte di carbonio ed ossigeno circondato da una shell interna in cui viene bruciato elio e da una più esterna in cui brucia idrogeno. Nella fase finale di AGB subiscono forti perdite di massa.

3 Metodi di misura delle distanze alternativi al TRGB

Accenniamo, a grandi linee, ad alcuni dei metodi di distanza più usati in astrofisica, dato che verranno utilizzati sia per la calibrazione sia per il confronto dei risultati del metodo del vertice del ramo delle giganti rosse.

3.1 Parallasse trigonometrica

Questo metodo diretto di misura di distanze si basa sulla misura dello spostamento apparente, con periodo annuale, compiuto da una stella sulla volta celeste (cioè rispetto alle stelle più lontane). Tale spostamento è un semplice effetto ottico dovuto al moto di rivoluzione terrestre (vedi figura 3).

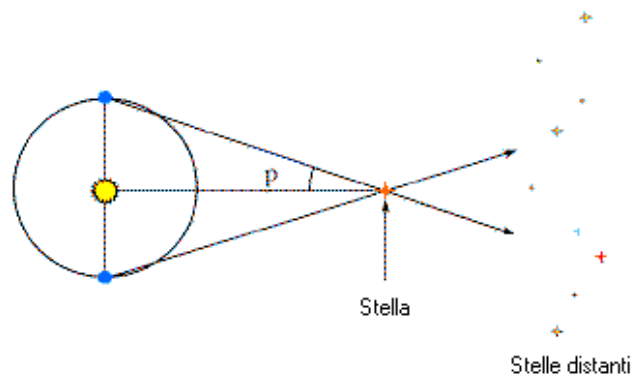


Figura 3: Schema riepilogativo per la misura della parallasse trigonometrica.

In sei mesi, infatti, la Terra percorre esattamente metà della sua orbita attorno al Sole, cosicché viene a trovarsi a circa 2 UA dalla posizione originaria: la distanza angolare tra le posizioni apparenti della stella, misurate a distanza di sei mesi, è pari al doppio della parallasse p e risulta inversamente

proporzionale alla distanza dell'astro dal sistema solare⁵:

$$d \text{ (U.A.)} = \frac{1}{p \text{ (rad)}} \longleftrightarrow d \text{ (pc)} = \frac{1}{p \text{ (")}}$$

Purtroppo la parallasse può essere usata in un numero limitato di casi: sebbene la precisione delle misure sia aumentata non poco negli ultimi anni⁶, questo metodo non ci permette comunque di misurare distanze superiori a qualche centinaio di pc, e dunque si dimostra del tutto inefficace persino per la misura di distanze di oggetti galattici.

3.2 Stelle variabili

Si tratta di stelle caratterizzate da una curva di luce variabile nel tempo, con un periodo che può andare da una frazione a diverse decine di giorni, rimanendo comunque estremamente regolare.

La variazione di luminosità è causata dalla contrazione, e successiva espansione, della zona più esterna della stella (circa il 15% in raggio, almeno per Cefeidi ed RR Lyrae). Senza entrare nei dettagli, ci limitiamo a dire che il meccanismo che impedisce lo smorzamento di questa oscillazione è la continua ionizzazione e ricombinazione dell'elio negli strati esterni della stella: durante la contrazione, la temperatura aumenta e l'elio ionizza aumentando l'opacità dello strato e quindi ostacolando il rilascio dell'energia, cioè il raffreddamento della struttura. Di conseguenza la stella si espande e lo fa finché lo strato esterno non si raffredda abbastanza da causare la ricombinazione dell'elio, con conseguente diminuzione dell'opacità, rilascio dell'energia e contrazione della struttura.

Questo purché la temperatura efficace della stella non sia né troppo alta, né troppo bassa: infatti, nel primo caso, la zona di ionizzazione/ricombinazione, si trova troppo all'esterno della struttura ed è quindi caratterizzata da una densità troppo bassa, insufficiente a favorire la pulsazione; nel secondo caso, al contrario, tale zona si trova troppo all'interno, dove i moti convettivi ostacolano la pulsazione. Le stelle caratterizzate da una temperatura compresa in questo intervallo (che, nel diagramma HR, prende il nome di *striscia d'instabilità*), sono instabili per pulsazioni radiali.

Evidenze sperimentali, in seguito confortate da modelli teorici, hanno dimostrato che il periodo di pulsazione dipende dalla luminosità intrinseca dell'astro, con una relazione di tipo lineare. Dunque, a grandi linee, noto il primo, si può ricavare l'altra, e da questa la distanza.

⁵Da qui la definizione di *parsec* (*pc*) come la distanza di una stella avente parallasse *p* pari ad 1 secondo d'arco.

⁶La missione *Hipparcos*, per esempio, aggira il problema del *seeing*, tipico delle misure fatte da terra, eseguendo le rivelazioni dallo spazio; cosa che ha consentito di allargare notevolmente il database degli oggetti parallassati.

Cefeidi e RR Lyrae sono le stelle variabili più usate per la determinazione delle distanze spaziali.

3.2.1 Cefeidi classiche

Le variabili Cefeidi classiche sono stelle supergiganti in fase di combustione centrale di elio. Tipicamente, hanno masse comprese tra 3 e 10 masse solari: si tratta dunque di stelle molto luminose e abbastanza giovani, assenti negli ammassi stellari più vecchi (globulari). Il loro periodo di pulsazione può andare da meno di 2 ad oltre 100 giorni.

La teoria afferma che il periodo di pulsazione del modo fondamentale dipende dalla densità media $\bar{\rho}$:

$$P\sqrt{\bar{\rho}} = Q$$

dove Q è una costante che dipende dai parametri della struttura. È stato dimostrato (vedi, ad esempio, Sandage 1958, cfr. [29]) che da questa segue l'esistenza di una relazione tra periodo, luminosità e colore (relazione *PLC*) della stella in esame:

$$\langle M_V \rangle = \alpha \log(P) + \beta(B - V) + \gamma \quad (2)$$

A causa della limitata estensione in temperatura (colore) della striscia d'instabilità, è possibile semplificare tale relazione eliminando la dipendenza dal colore. Si ottiene così una relazione *periodo-luminosità* (o, semplicemente, *PL*):

$$\langle M_V \rangle = \alpha \log(P) + \beta \quad (3)$$

Le variabili Cefeidi, essendo stelle relativamente giovani, si trovano spesso in regioni ricche di materia interstellare; la radiazione da esse emessa è allora fortemente soggetta al fenomeno dell'arrossamento⁷. Siccome l'arrossamento viene stimato a partire proprio dall'analisi del colore delle Cefeidi stesse, generalmente utilizzando l'indice di colore ($V - I$), si è pensato (Madore 1982, cfr. [22]) di introdurre una grandezza indipendente dall'arrossamento nella relazione PL. Questa grandezza, detta *funzione di Wesenheit* W_{VI} è definita nel seguente modo:

$$W_{VI} \equiv \langle M_V \rangle - R[\langle V \rangle - \langle I \rangle]$$

⁷Si tratta di un fenomeno fisico dovuto alla dipendenza dell'assorbimento A_λ dalla lunghezza d'onda della radiazione. Generalmente si indica con E_{CI} la variazione dell'indice di colore CI dovuta all'arrossamento. Se si usa il pedice 0 per le quantità "disarrossate" risulta, per esempio: $(B - V)_0 = (B - V) - E_{B-V}$.

dove $R \equiv A_V / (A_V - A_I) \approx 2.45$ (vedi Cardelli et al., 1989).

Il fatto che W_{VI} sia indipendente dall'arrossamento segue subito dalla definizione:

$$\begin{aligned}
W_{VI} &= \langle M_V \rangle - \frac{A_V}{(A_V - A_I)} [\langle V \rangle - \langle I \rangle] = \\
&= (\langle M_{V_0} \rangle + A_V) - \frac{A_V}{(A_V - A_I)} [(\langle V_0 \rangle + A_V) - (\langle I_0 \rangle + A_I)] = \\
&= (\langle M_{V_0} \rangle + A_V) - \frac{A_V}{(A_V - A_I)} [(\langle V_0 \rangle - \langle I_0 \rangle) + (A_V - A_I)] = \\
&= (\langle M_{V_0} \rangle + A_V) - \frac{A_V}{(A_V - A_I)} [\langle V_0 \rangle - \langle I_0 \rangle] - A_V = \\
&= \langle M_{V_0} \rangle - R [\langle V_0 \rangle - \langle I_0 \rangle]
\end{aligned}$$

La conseguente relazione PL, riferita a questa grandezza, diventa allora:

$$W_{VI} = \alpha' \log(P) + \beta' \quad (4)$$

Questa relazione, una volta calibrata, ovvero una volta determinatene i coefficienti α' e β' , consente di ricavare la distanza di una stella Cefeide a partire dal suo periodo intrinseco.

La calibrazione può essere eseguita in vari modi. Attualmente, i più usati sono i seguenti:

Tramite la *Grande Nube di Magellano* (o *LMC*) Stimando con metodi indipendenti la distanza della LMC e valutando l'arrossamento tipico delle Cefeidi in essa presenti ($E_{B-V} \equiv A_B - A_V \simeq 0.1$ mag), è possibile conoscerne la magnitudine assoluta. Dalla misura del loro periodo, è allora possibile avere una stima dei coefficienti α' e β' dell'equazione 4. La misura esatta della distanza della Grande Nube di Magellano è tutt'oggi discussa: Benedict et al. (2002, cfr. [2]) hanno raccolto i risultati di 80 differenti determinazioni di questa distanza, ottenute con 21 diversi metodi alternativi. La media pesata di questi valori dà un modulo di distanza pari a $\mu_0 \equiv (m - M)_0 = 18.47 \pm 0.04$ mag, dove l'errore è dato dalla deviazione standard con $N = 21$.

Tramite la parallasse Il satellite artificiale Hipparcos è stato in grado di misurare la distanza di un certo numero di stelle Cefeidi, tramite la loro parallasse trigonometrica. Grazie a questo campione è possibile calibrare la relazione PL.

Tramite gli ammassi aperti Gli ammassi aperti sono ricchi di stelle Cefeidi e la loro distanza è misurabile con metodi indipendenti come il fitting della sequenza principale (vedi ad esempio, van Leeuwen 1997).

Tramite il metodo di Baade-Wesselink Si tratta di un metodo spettroscopico che consente di valutare sia il diametro della stella variabile che la sua distanza confrontando il suo diametro apparente (stimato a partire dalla luminosità superficiale) e il suo diametro reale (misurato integrando la velocità di movimento della fotosfera stellare, che si ottiene da analisi spettroscopiche).

Sulla base di questi metodi di calibrazione, Tanvir (cfr. [18]) ha suggerito di prendere come α' il valore ottenuto dallo studio delle Cefeidi nella LMC, valore pari a -3.42 . In questo caso, i valori del “punto-zero” β' ottenuti con i vari metodi citati sono riportati in tabella:

Metodo	Punto-zero
Cefeidi in LMC	-2.42 ± 0.02
Cefeidi in ammassi aperti	-2.36 ± 0.06
Cefeidi misurate con il metodo Baade-Wesselink	-2.49 ± 0.05
Cefeidi parallassate da Hipparcos	-2.55 ± 0.14

Recenti studi hanno poi evidenziato come la relazione PL dipenda dalla metallicità. Una stima di come variano i parametri α' e β' con Z è stata data per esempio da Caputo, Marconi & Musella (2000, cfr. [6]), sulla base di modelli teorici. Secondo questi autori, il punto-zero β' può variare di circa 1%, mentre la “slope” α' di circa 5 % quando la metallicità passa dal valore tipico della *Piccola Nube di Magellano* ($Z = 0.004$) al valore solare ($Z = 0.02$).

Madore & Freedman erano giunti a conclusioni simili anni prima (1990, cfr. [23]) osservando le Cefeidi della Galassia M31 (*Andromeda*). Secondo gli autori, l’effetto sul modulo di distanza dovuto ad una metallicità che passi dal doppio alla metà del valore solare è solo 0.13 mag, con la conseguenza che le Cefeidi danno distanze indipendenti dalle incertezze sulla metallicità al meglio del 5%.

3.2.2 RR Lyrae

Si tratta di stelle di popolazione II (tipiche di ammasso globulare), poco massicce, in fase di combustione centrale dell’elio: il che le pone sul ramo orizzontale del diagramma HR. Hanno periodi regolari che possono andare da poche ore a circa 1,2 giorni. Se ne distinguono due gruppi (le RR_{ab} e le RR_c) che pulsano rispettivamente nel modo fondamentale e nel primo sopratono.

Il meccanismo che favorisce la pulsazione è del tutto simile a quello per le Cefeidi (vedi sezione 3.2.1), quindi, anche per queste, la luminosità intrinseca dipende dal periodo di pulsazione. La dipendenza può essere espressa dalla seguente relazione semiempirica di van Albada & Baker (vedi

ad es. Castellani, cfr. [10]):

$$\log P = 0.84 \log (L/L_{\odot}) - 0.68 \log (M/M_{\odot}) - 3.48 \log T_e + 11.497$$

dove P è il periodo, L la luminosità, M la massa e T_e la temperatura efficace.

Sfruttando il fatto che le variabili RR Lyrae appartengono al ramo orizzontale, è possibile dare una stima dei parametri. Ad esempio Sandage (1993, cfr. [30]) ha notato che esiste un ristretto range per i valori assunti dai periodi ad una data metallicità. Di conseguenza, in base a dati osservativi e limitandosi alle variabili più blu, egli assume:

$$\log P = -0.122 [\text{Fe}/\text{H}] - 0.500$$

Inoltre, la temperatura efficace e la massa possono essere stimate sulla base di modelli teorici di ramo orizzontale, e anche questi parametri risulteranno legati alla metallicità. Ad esempio, Sandage assume:

$$\begin{aligned} \log T_e &= 0.012 [\text{Fe}/\text{H}] + 3.865 \\ \log (M/M_{\odot}) &= -0.059 [\text{Fe}/\text{H}] - 0.288 \end{aligned}$$

E grazie a queste relazioni ottiene infine:

$$M_V(\text{RR}) = 0.30 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.94$$

che dà il valore della magnitudine assoluta visuale delle RR Lyrae ad una certa metallicità. Tale relazione (o relazioni simili) sono usate spesso per la stima di distanza di ammassi globulari.

Senza entrare nei dettagli, accenniamo al fatto che questo tipo di relazione può essere calibrato in vari modi alternativi, esattamente come nel caso delle Cefidi (vedi sezione 3.2.1): per esempio dall'analisi diretta delle RR Lyrae parallassabili o con il metodo di Baade-Wesselink.

Riportiamo in tabella alcune relazioni indipendenti presenti in letteratura, che danno un'idea dell'incertezza su queste quantità:

$\langle M_V \rangle$	Metodo	Fonte
$0.39 [\text{Fe}/\text{H}] + 1.32$	Fitting MS	Buonanno et al. 1990, cfr. [3]
$0.16 [\text{Fe}/\text{H}] + 1.02$	Baade-Wesselink	Jones et al. 1992, cfr. [19]
$0.20 [\text{Fe}/\text{H}] + 1.04$	Baade-Wesselink	Cacciari et al. 1992, cfr. [4]
$0.15 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.73$	RR Lyrae in LMC	Walker 1992, cfr. [31]

3.3 Fitting del ramo orizzontale

Il metodo del *fitting* si basa sul confronto tra il CMD osservativo dell'ammasso di cui si vuole stimare la distanza e l'isocrona teorica, ottenuta da

modelli di evoluzione stellare.

Conoscendo la luminosità teorica dello *ZAHB* (*Zero Age Horizontal Branch*) e confrontandola con la magnitudine apparente del ramo orizzontale dell'ammasso, è possibile stimarne la distanza. Naturalmente, lo *ZAHB* corrisponde all'involuppo inferiore del ramo orizzontale osservato: infatti questo ha uno spessore finito dovuto alla presenza di stelle in fase di combustione centrale di elio avanzata. La determinazione di questo *lower-envelope* è generalmente possibile entro un'incertezza di circa 0.05 mag.

Castellani & Degl'Innocenti (cfr. [11]), ad esempio, prevedono per la magnitudine assoluta visuale dello *ZAHB*, all'interno della fascia di instabilità delle RR Lyrae (cioè per $\log T_e = 3.85$) un valore pari a $M_V^{\text{ZAHB}} = 0.419$, avendo fissato $Y = 0.23$ e $Z = 0.0002$. Questo valore, però, è influenzato dalle incertezze degli input fisici usati nel modello. In particolare, esistono quattro fattori critici: l'incertezza sull'efficienza della diffusione degli elementi, quella sulla perdita di energia dovuta ai neutrini (stimata intorno al 5%), l'indeterminazione del valore dell'opacità (5% circa) e quella dell'efficienza della reazione 3α (intorno al 15%). Si può stimare che, nel caso peggiore, quando cioè tali incertezze si sommano, il risultato sia un'indeterminazione di M_V^{ZAHB} intorno a 0.05 mag.

Inoltre M_V^{ZAHB} dipende dalla composizione chimica, esattamente sia dall'abbondanza di elio che da quella dei metalli. Sappiamo infatti che la luminosità del ramo orizzontale dipende sia dalla combustione 3α che avviene nel nucleo di elio che dalla shell di idrogeno: in particolare, a basse temperature, la luminosità dipende principalmente dalla shell che risulta più interna e calda, mentre ad alte temperature, la shell è esterna e fredda e quindi la luminosità è dovuta principalmente dalla combustione 3α nel nucleo di elio. Ora, all'aumentare di Y , la shell risulterà più calda ed efficiente (a causa dell'aumento del peso molecolare del gas sovrastante), mentre il nucleo di elio risulterà più piccolo (questo perché l'efficienza della shell di idrogeno in RGB aumenta, con la conseguenza che il flash avviene per masse del nucleo di elio più piccole). L'effetto totale dei due contributi sarà un aumento della luminosità a basse temperature ed una diminuzione ad alte temperature. Il modello sopraccitato prevede che, a fissato $Z = 0.0001$, la luminosità del *ZAHB* a $\log T_e = 3.85$ vari da $\log L_{\text{ZAHB}}^{3.85} = 1.66$ per $Y = 0.20$, a $\log L_{\text{ZAHB}}^{3.85} = 1.71$ per $Y = 0.23$, a $\log L_{\text{ZAHB}}^{3.85} = 1.75$ per $Y = 0.27$. Dunque un errore tipico di 0.02 sull'abbondanza di elio si traduce in un errore di circa $\Delta M_V^{\text{ZAHB}} \approx 0.125$ mag sul valore della magnitudine visuale assoluta dello *ZAHB*.

In caso di aumento di Z , invece, la luminosità del ramo orizzontale diminuisce ovunque, sia ad alte che a basse temperature: questo perché l'effetto sul nucleo domina su quello sulla shell. Il solito modello (cfr. [8]) consente di avere

un'idea di come vari M_V^{ZAHB} con la metallicità $[\text{Fe}/\text{H}]$:

$$M_V^{\text{ZAHB}} = 0.18 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.77$$

Un errore tipico sulla metallicità è $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.2$ dex: la corrispondente incertezza su M_V^{ZAHB} risulta dunque $\Delta M_V^{\text{ZAHB}} \approx 0.04$ mag.

In letteratura si possono trovare diversi risultati alternativi a quello qui descritto, le differenze essendo dovute alle incertezze sopra citate. Ad esempio, nel lavoro di Lee, Demarque & Zinn (cfr. [21]), basato su modelli evolutivi sviluppati all'Università di Yale, è stato trovato:

$$\begin{aligned} M_V(\text{RR}) &= 0.19 [\text{Fe}/\text{H}] + 1.00 && \text{per } Y = 0.20 \\ M_V(\text{RR}) &= 0.17 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.82 && \text{per } Y = 0.23 \end{aligned}$$

Oppure, nel lavoro di Straniero, Chieffi & Limongi (1997) si trova:

$$M_V(\text{ZAHB}) = 0.23 ([\text{Fe}/\text{H}] + 1.5) + 0.595 = 0.23 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.94$$

Precisiamo che, in questi ultimi due modelli citati, il maggior valore del punto zero rispetto a quello ottenuto da Castellani et al. (1999) è principalmente dovuto alla mancata inclusione, da parte degli autori, della diffusione microscopica.

4 Definizione del metodo di distanza basato sulla luminosità del TRGB

4.1 Andamento di L^{TRGB} con l'età

La prima cosa da stabilire per poter utilizzare efficacemente un metodo di distanza è capire *quando* esso sia effettivamente applicabile. Bisogna cioè capire per quali popolazioni stellari il metodo risulta valido, ed in quale misura.

Abbiamo già accennato che il metodo TRGB si presta bene alla misura di distanza degli ammassi globulari o, comunque, a tutte le popolazioni stellari antiche di cui si possa misurare con precisione la luminosità al vertice del ramo delle giganti rosse. In particolare, abbiamo detto che questa luminosità non dipende dall'età della popolazione stellare, se si ammette che questa sia maggiore di un certo valore.

Dalla teoria dell'evoluzione stellare si ricava che la dimensione del nucleo di elio ($M_{\text{core}}^{\text{He}}$) al momento dell'innesco della reazione 3α dipende solo molto debolmente dalla massa totale della stella, purché questa sia tale che

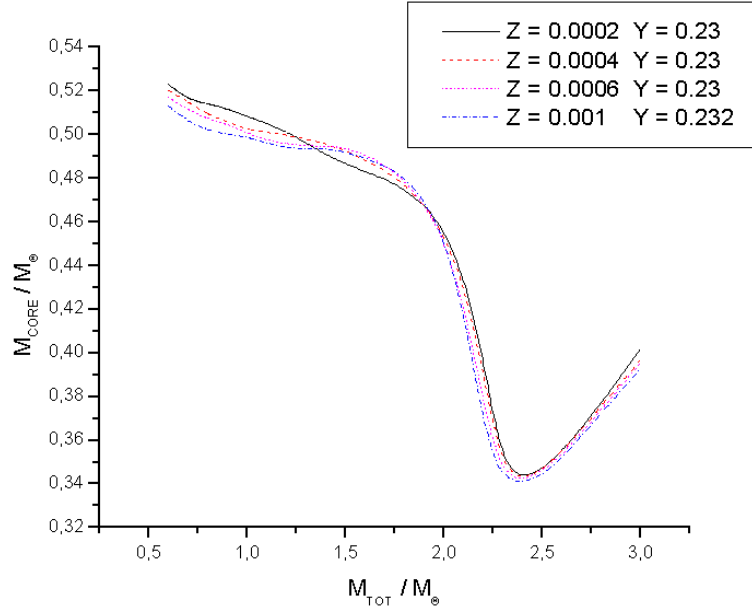


Figura 4: Andamento della massa del nucleo di elio al momento dell'innesco della reazione 3α , in funzione della massa totale e della composizione chimica. Dati presi al nodo: <http://astro.df.unipi.it/SAA/PEL/Z0.html>.

$M_{\text{TOT}} \lesssim 1.2 \div 1.5 M_{\odot}$ (vedi figura 4).

L'andamento in figura è spiegabile tenendo conto che, secondo i modelli stellari, nelle stelle di piccola massa il nucleo di elio in fase di gigante rossa risulta in regime di degenerazione elettronica, con la conseguenza che l'innesco dell'elio è reso più difficile e la massa minima del nucleo di elio tale da permetterlo è attorno a metà massa solare. Per stelle di massa più grande, la degenerazione non ha più luogo e, di conseguenza, la massa del nucleo necessaria all'innesco è sempre più piccola, fino ad un valore minimo che dipende sostanzialmente dalla metallicità. Stelle di massa ancor più grande sono caratterizzate da un nucleo convettivo in fase di combustione di idrogeno centrale e, al suo esaurimento, risultano avere una massa del nucleo di elio già superiore al valore minimo necessario per l'innesco. Riguardo alla dipendenza dalla composizione chimica, all'aumentare dell'abbondanza di elio Y , il nucleo di elio al flash risulta sempre più piccolo. Ciò a causa del maggior peso molecolare della materia sovrastante la shell esterna in cui avviene la combustione dell'idrogeno: maggior peso significa una shell più calda ed efficiente che favorisce l'innesco dell'elio. D'altronde, anche all'aumentare della metallicità Z la shell risulta più efficiente, anche grazie all'aumentata abbondanza di elementi CNO: di conseguenza, pure in questo

caso, la massa del nucleo al flash è minore.

Lo stesso modello teorico ci consente di valutare la luminosità della struttura al flash: abbiamo già accennato come questa, per stelle poco massicce, dipenda principalmente proprio dalla massa del nucleo (vedi figura 5).

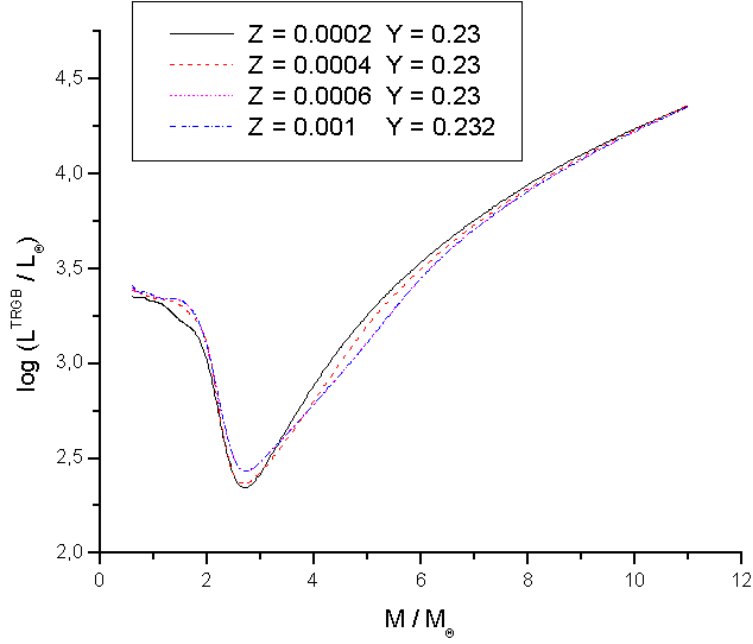


Figura 5: Andamento della luminosità al momento dell’innesco della reazione 3α , in funzione della massa della stella e della composizione chimica. Dati presi al nodo: <http://astro.df.unipi.it/SAA/PEL/Z0.html>.

Come si può vedere in figura, l’andamento rispecchia quello della massa del nucleo, proprio come previsto. La differenza risiede nell’andamento con la metallicità. A piccole masse, un aumento della metallicità corrisponde ad una shell di idrogeno più calda ed efficiente: la massa del nucleo al flash risulta più piccola e la luminosità più grande.

Sappiamo poi che, a grandi linee, la massa di una stella determina la durata della sua vita: tendenzialmente, stelle più massicce sono più luminose⁸ e quindi consumano più velocemente il loro combustibile. Il modello evolutivo già usato, mostra come vari l’età al vertice del ramo delle giganti

⁸Esiste una relazione che lega la luminosità di una stella alla sua massa: $L \propto M^a$, dove $3 \leq a \leq 4$ (vedi ad es. Harwit 1988, “Astrophysical concepts”, cfr. [17]).

rosse in funzione della massa della stella (vedi figura 6).

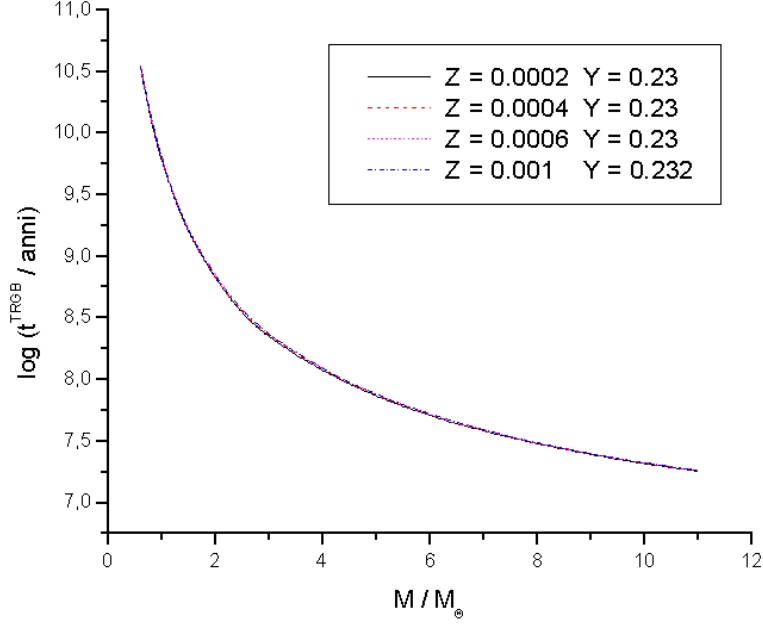


Figura 6: Andamento dell'età al momento dell'innesco della reazione 3α , in funzione della massa e della composizione chimica. Dati presi al nodo: <http://astro.df.unipi.it/SAA/PEL/Z0.html>.

Tra l'altro, il grafico 6 ci consente di avere una stima grossolana del numero di giganti rosse in un tipico ammasso globulare (età 12 Gyr, $Y = 0.23$ e $Z = 0.0004$). Assumendo una durata della fase RGB di 100 Myr, si ottiene una massa al tip pari a $M^{\text{TRGB}} = 0.85 \pm 0.06 M_{\odot}$, ed una massa al turn-off pari a $M^{\text{TO}} = 0.82 \pm 0.06 M_{\odot}$. Dato questo intervallo di massa e ammettendo come *funzione iniziale di massa (IMF)* la relazione di Salpeter ($dN/dM \propto M^{-2.35}$), normalizzata in modo da avere un totale di 10^6 stelle nell'ammasso, si calcola che le stelle in fase di gigante rossa sono circa 2000, risultato plausibile nei limiti delle grosse incertezze del metodo.

Concludendo, si possono utilizzare i risultati precedenti per vedere come vari la luminosità al TRGB in funzione dell'età della popolazione stellare in esame (vedi figura 7).

L'andamento in figura dimostra come la luminosità del vertice del ramo delle giganti rosse non dipenda dall'età, per età superiori a circa 2 Gyr. In linea di principio, quindi, il metodo TRGB potrebbe essere applicabile anche a popolazioni stellari notevolmente più giovani di quelle tipiche di ammasso

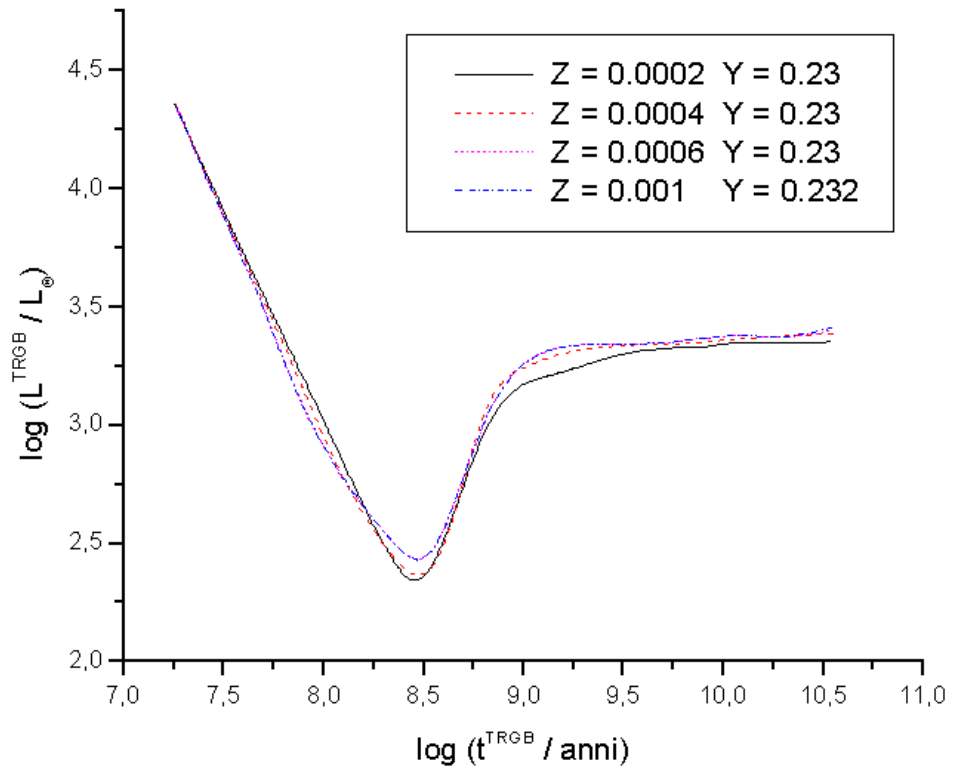


Figura 7: Andamento della luminosità al momento dell'innesco della reazione 3α , in funzione dell'età e della composizione chimica. Dati presi al nodo: <http://astro.df.unipi.it/SAA/PEL/Z0.html>.

globulare: in realtà, altri fattori, come la difficoltà nell'individuazione del vertice del ramo delle giganti rosse (vedi sezione 5), ne limitano l'utilizzo ad ammassi antichi.

4.2 Andamento di L^{TRGB} con la metallicità

L'evoluzione stellare in fase di gigante rossa è fortemente influenzata dall'abbondanza di elementi pesanti: confrontando diversi ammassi globulari si vede subito come, per esempio, il ramo delle giganti rosse si sposti sempre più verso il rosso all'aumentare della metallicità dell'ammasso (vedremo poi come questo fatto può essere utilizzato per la stima della metallicità di un ammasso). Il fatto è che un aumento del contenuto degli elementi pesanti determina un aumento dell'opacità della struttura. Inoltre, maggiore è Z , maggiore risulta l'efficienza della combustione dell'idrogeno in elio nella shell: questo sia a causa dell'aumento della sua temperatura, dovuto al maggior peso molecolare della materia sovrastante, sia per una più elevata concentrazione di elementi catalizzatori del ciclo CNO.

Una shell più efficiente si traduce in una maggior luminosità, perciò ci aspettiamo che, in particolare, anche la luminosità al vertice dell'RGB L^{TRGB} dipenda dalla metallicità. In realtà questa dipendenza risulta non molto accentuata: se osserviamo la figura 7, possiamo notare che $\log L^{\text{TRGB}}$ aumenta di circa 0.05 quando Z passa da 0.0002 a 0.001, purché si considerino popolazioni più vecchie di 1 Gyr. Questa caratteristica, assieme alla sostanziale indipendenza di L^{TRGB} dall'età, di cui abbiamo parlato nella sezione precedente, è un altro punto di forza del metodo del TRGB: un errore sulla stima della metallicità si ripercuote solo marginalmente sulla determinazione del modulo di distanza.

La calibrazione della relazione che lega la magnitudine bolometrica al tip ($M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$) e la metallicità è comunque un passo fondamentale per l'applicazione del metodo TRGB. Esistono due approcci differenti per la soluzione di questo problema: quello teorico, basato sull'analisi di modelli evolutivi stellari, e quello osservativo, basato sull'analisi di CMD sperimentali. Naturalmente i due metodi devono portare a risultati non dissimili e spesso è proprio il confronto tra questi risultati che conforta sulla validità del metodo.

4.2.1 Calibrazione

L'analisi nell'infrarosso del ramo delle giganti rosse degli ammassi globulari galattici (*GGC*) è stato il primo mezzo adottato per la calibrazione della relazione tra $M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$ e metallicità.

La scelta della fotometria infrarossa per le rivelazioni, ed in particolare le bande spettrali I , J e K , è giustificata da molteplici vantaggi: il contrasto

tra la radiazione proveniente dalle giganti rosse e quella proveniente dalle stelle di fondo non risolte risulta massimo nell'infrarosso, il che garantisce un miglior *rapporto segnale-rumore* rispetto a qualunque altra banda spettrale (vedi sezione 5.2); inoltre, la radiazione infrarossa è meno soggetta al fenomeno dell'*estinzione* e il colore ($V - K$) risulta essere un eccellente indicatore della temperatura stellare effettiva (T_e); infine la radiazione emessa nell'infrarosso risulta scarsamente affetta da fenomeni di assorbimento superficiale, almeno a metallicità tipiche delle popolazioni stellari antiche come quelle a cui è applicabile il metodo TRGB (tipicamente $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.7$). Nella banda visibile, al contrario, questi assorbimenti (*line-blanketing*) sono importanti: la magnitudine visuale del tip M_V^{TRGB} risulta tanto più alta quanto maggiore è la metallicità. Vedi, per esempio, figura 8.

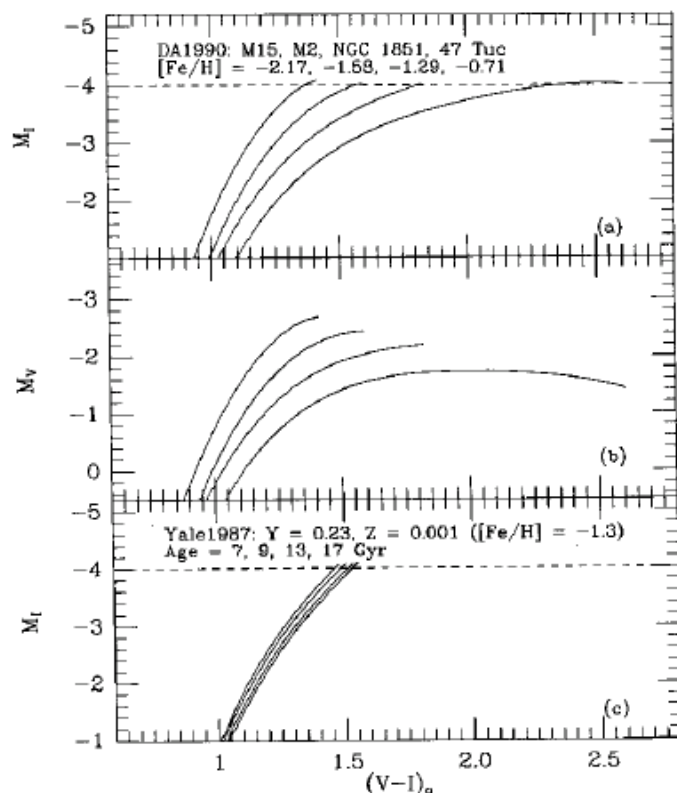


Figura 8: (a) CMD, misurato nella banda I , del ramo delle giganti rosse degli ammassi M15, M2, NGC1851 e 47 Tuc, le cui metallicità sono riportate in figura. (b) Come in (a) ma con le misure effettuate nella banda V . (c) Isocrone di Yale per popolazioni stellari di egual composizione chimica ($Y = 0.23$ e $Z = 0.001$) e differenti età (7, 9, 13 e 17 Gyr). Figura presa da Lee, Freedman & Madore 1993 (cfr. [20]).

In figura si nota come M_I^{TRGB} vari di circa 0.1 mag quando $[\text{Fe}/\text{H}]$ varia tra -2.2 e -0.7 dex, mentre M_V^{TRGB} varia anche di 1.3 mag nello stesso intervallo di metallicità⁹.

Generalmente, dei GGC di “calibrazione” si conoscono con buona approssimazione sia la metallicità che l’arrossamento: la misura della magnitudine al tip I_{TRGB} , unita alla stima della correzione bolometrica BC_I e della distanza (misurata con metodi indipendenti, in particolare tramite le RR Lyrae o il fitting del ramo orizzontale), consente di calcolare $M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$ ($M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} = m_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} - \text{DM} = I_{\text{TRGB}} + \text{BC}_I - \text{DM}$) e infine di ottenere la calibrazione ricercata.

Questo approccio è stato seguito da diversi autori: nel tempo si è da una parte migliorata la precisione delle misure delle grandezze in esame e si è d’altra parte ampliato il database delle stelle in RGB negli ammassi globulari usati per la calibrazione. Tra i primi lavori svolti su questo argomento, due particolarmente importanti sono stati condotti da Frogel, Cohen & Persson (FCP83, cfr. [16]) e da Da Costa & Armandroff (DA90, cfr. [12]). In FCP83, gli autori hanno preso in esame un database formato da 33 ammassi globulari galattici, dei quali la metallicità era stata precedentemente misurata da Zinn (1980, cfr. [32]), trovando:

$$M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} = -3.82 - 0.26 [\text{Fe}/\text{H}]$$

Da Costa & Armandroff, invece, hanno analizzato l’RGB di 6 ammassi globulari, misurandone la distanza tramite l’analisi delle RR Lyrae (precisamente hanno usato la relazione di Lee, Demarque & Zinn $M_V(\text{RR}) = 0.17 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.82$, cfr. [21]) e prendendo per la correzione bolometrica la seguente relazione: $\text{BC}_I = 0.881 - 0.243 (V - I)_0$ (relazione empirica ottenuta dall’integrazione della radiazione su tutte le bande spettrali). Essi hanno trovato:

$$M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} = -3.87 - 0.23 [\text{Fe}/\text{H}]$$

relazione in buonissimo accordo con i risultati di FCP83.

Il confronto con le previsioni teoriche dell’epoca (Sweigart & Gross) rivelava un ottimo accordo nella *slope* e un offset di circa 0.12 mag nel punto-zero, essendo i risultati osservativi più luminosi di quelli teorici. Se è vero che la presenza di questa discrepanza poteva portare a concludere che i modelli teorici non fossero del tutto corretti, l’accordo sulla pendenza sembrava confermare la validità della scala di distanza di Lee, Demarque e Zinn.

⁹Ribadiamo che, per metallicità più elevate di $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.7$ dex l’assorbimento superficiale può risultare importante anche nella banda I , per cui in questo caso, quanto asserito non risulta più esatto.

I due lavori citati sono interessanti anche perché veniva proposto un metodo per la determinazione della metallicità basato sulla morfologia del ramo delle giganti rosse. A questo scopo gli autori forniscono una relazione tra la metallicità $[\text{Fe}/\text{H}]$ e, rispettivamente, o la magnitudine ad un certo colore ($M_{K_0}^{(V-K)_0=3.0}$) o il colore ad una certa magnitudine ($(V-I)_0^{M_I=-3}$):

$$\begin{aligned} M_{K_0}^{(V-K)_0=3.0} &= -3.15 + 1.09 [\text{Fe}/\text{H}] \\ [\text{Fe}/\text{H}] &= -15.16 + 17.0 \left[(V-I)_0^{M_I=-3} \right] - 4.9 \left[(V-I)_0^{M_I=-3} \right]^2 \end{aligned}$$

Come vedremo più avanti, queste relazioni consentono di valutare *fotometricamente* (cioè dalla morfologia dell'RGB) la metallicità di popolazioni stellari la cui distanza non consente misure spettroscopiche accurate.

Più recentemente, Salaris & Cassisi (1997 e 1998, cfr. [27] e [28]) hanno proposto una calibrazione sulla base di modelli evolutivi teorici da loro stessi sviluppati. Essi hanno anzitutto notato che la luminosità al tip varia solo di $\Delta M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} \leq 0.05$ mag per età comprese tra 10 e 20 Gyr (l'ammontare esatto dipendendo dalla metallicità) e che questa variazione diventa 0.10 mag scendendo ad età di 2.8 Gyr se $Z = 0.0001$ o a 2.2 Gyr se $Z = 0.006$. Inoltre, hanno derivato una nuova forma di calibrazione della magnitudine al tip, in funzione della metallicità globale $[\text{M}/\text{H}]$:

$$M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} = -3.949 - 0.178 [\text{M}/\text{H}] + 0.008 [\text{M}/\text{H}]^2$$

definita valida nel range di metallicità $-2.35 \leq [\text{M}/\text{H}] \leq -0.57$.

Dalla figura 9, si può avere un'idea del confronto tra questa relazione, quella di DA90 e altre calibrazioni teoriche.

Come si vede, la relazione di DA90 risulta meno luminosa di quelle teoriche, le quali sono in buon accordo tra loro: d'altro canto, la determinazione sperimentale del TRGB degli ammassi globulari eseguita da DA90 risulta probabilmente affetta da errori statistici (vedi sezione 5.4) dovuti allo scarso numero di stelle in RGB osservate, e va dunque intesa come un limite inferiore alla reale $M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$.

Ferraro et al. (2000, cfr. [15]) hanno ripreso l'approccio sperimentale per la calibrazione della relazione $M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$ -metallicità, tra l'altro sfruttando la nuova misurazione spettroscopica della metallicità degli ammassi globulari eseguita da Carretta & Gratton (1997, cfr. [7]). Come distanza degli ammassi globulari gli autori hanno adottato quella ottenuta dal fitting del ramo orizzontale usando la relazione di Straniero, Chieffi & Limongi (vedi sezione 3.3), con un errore sul modulo di distanza pari a circa 0.2 mag, causato principalmente dall'incertezza di 0.1 mag nella determinazione del lower-envelope e, in maniera minore, da quella sull'arrossamento $E(B-V)$

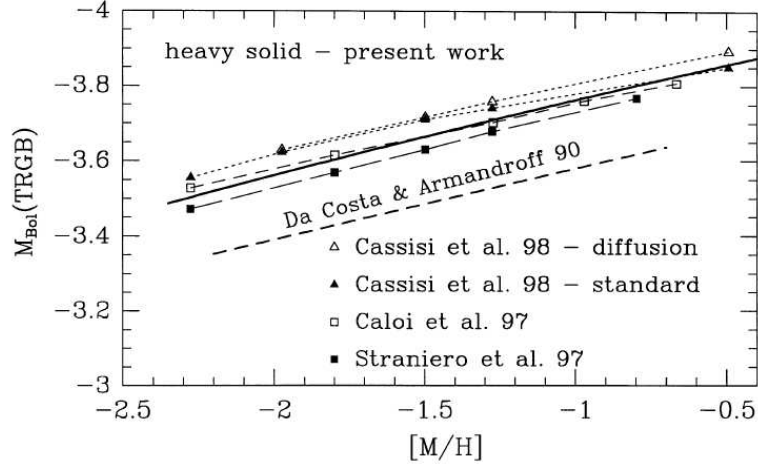


Figura 9: Confronto tra le calibrazioni ottenute da modelli evolutivi teorici (Salaris & Cassisi 1997, Cassisi et al. 1998, Caloi et al. 1997, Straniero et al. 1997) e da dati osservativi (Da Costa & Armandroff 1990). Tutte le relazioni sono ricalcolate in modo da avere $M_{\text{BOL},\odot} = 4.75$ mag. Figura presa da [28].

pari a 0.01 mag. Come abbiamo già visto, la stima della distanza degli ammassi in esame e del suo errore risulta un punto fondamentale per la calibrazione.

Gli autori, oltre a studiare la morfologia del ramo delle giganti di 10 ammassi, ottenendo nuove calibrazioni per le relazioni colore-metallicità (a magnitudine fissata) e magnitudine-metallicità (a colore fissato), hanno ottenuto per la magnitudine al tip:

$$\begin{aligned} M_K^{\text{TRGB}} &= -(0.59 \pm 0.11) [\text{Fe}/\text{H}] - (6.97 \pm 0.15) \\ M_K^{\text{TRGB}} &= -(0.64 \pm 0.12) [\text{M}/\text{H}] - (6.93 \pm 0.14) \end{aligned}$$

Conoscendo le correzioni bolometriche¹⁰, queste relazioni possono essere riportate nel piano teorico:

$$\begin{aligned} M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} &= -(0.25 \pm 0.11) [\text{Fe}/\text{H}] - (3.96 \pm 0.13) \\ M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} &= -(0.27 \pm 0.12) [\text{M}/\text{H}] - (3.94 \pm 0.13) \end{aligned}$$

Come è possibile vedere in figura 10, i dati sperimentali ottenuti da Ferraro et al. sono in discreto accordo sia con la relazione empirica ottenuta da FCP83 che con le relazioni teoriche di Salaris & Cassisi (1997, cfr. [27]) e Caloi et al. (1997, cfr. [5]).

¹⁰In questo caso da modelli teorici (vedi Montegriffo et al., 1998).

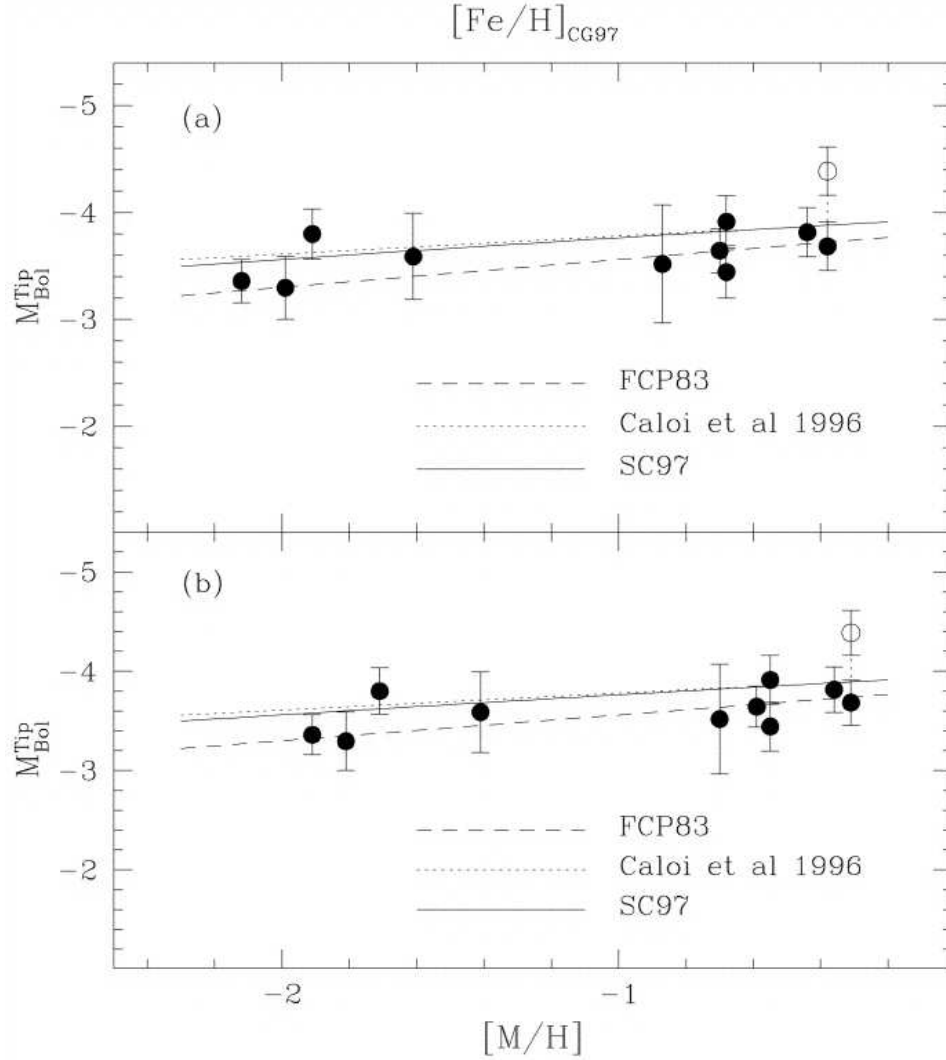


Figura 10: Magnitudine bolometrica al TRGB in funzione della metallicità $[\text{Fe}/\text{H}]$ (misurata da Carretta & Gratton 1997, cfr. [7]) o globale $[\text{M}/\text{H}]$ (vedi Ferraro et al. 1999, cfr. [14]). In figura sono riportati la calibrazione ottenuta da FCP83 (cfr. [16]) e due relazioni teoriche: Caloi et al. (1997, cfr. [5]) e Salaris & Cassisi (1997, cfr. [27]). Le relazioni, dove necessario, sono state opportunamente ricalcolate per tenere conto della diversa scala di metallicità. Nota bene che per l'ammasso globulare NGC6528 sono stati dati due valori per la magnitudine al tip: questo perché la stella più luminosa (cerchio vuoto) viene ritenuta con ogni probabilità una stella di AGB. Figura presa da [15].

L'offset tra le relazioni teoriche e quella sperimentale di FCP83 (circa 0.2 mag) può essere di nuovo attribuita agli errori statistici presenti in FCP83 e dovuti allo scarso database di stelle in RGB degli ammassi analizzati. Inoltre precisiamo che i modelli teorici stessi sono affetti da un errore non trascurabile (≥ 0.1 mag) dovuto principalmente all'incertezza sulla correzione bolometrica.

Un altro lavoro degno di nota nella calibrazione della relazione tra $M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$ e metallicità è quello eseguito recentemente da Bellazzini, Ferraro & Pancino (2001, cfr. [1]): l'approccio è di nuovo sperimentale, ma il metodo è diverso dagli altri proposti in questa tesi. Essi hanno concentrato l'attenzione sull'analisi di un solo ammasso globulare, ω Centauri. Si tratta dell'ammasso più luminoso della Galassia, molto ricco di stelle. Se ne conosce con buona approssimazione la distanza¹¹: 5385 ± 300 pc corrispondente a $(m - M)_0 = 13.65 \pm 0.11$ mag, avendo assunto $E(B - V) = 0.13 \pm 0.02$ mag come valore dell'arrossamento. L'ammasso è caratterizzato da un ampio range di metallicità, con un massimo a $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -1.7$ dex. Gli autori hanno misurato il TRGB a $I^{\text{TRGB}} = 9.84 \pm 0.1$ mag, usando il filtro di Sobel sulla funzione di luminosità (vedi sezione 5.1); l'errore è stato stimato proprio dalla larghezza della risposta del filtro. In seguito hanno estratto un campione di circa 80% delle stelle in RGB e rimisurato il valore di I^{TRGB} , iterando circa 10000 volte questa procedura: il valore medio ottenuto alla fine è $\langle I^{\text{TRGB}} \rangle = 9.84 \pm 0.04$ mag. Per passare alla magnitudine assoluta occorre avere un'idea dell'estinzione nella banda I , A_I :

$$M_I^{\text{TRGB}} = 9.84 \pm 0.04 - A_I - (m - M)_0$$

Scegliendo $A_I \simeq 1.76 E(B - V) \simeq 0.23 \pm 0.04$ mag, si ottiene:

$$M_I^{\text{TRGB}} = -4.04 \pm 0.12$$

In figura 11 si può confrontare questo valore con alcune espressioni per M_I^{TRGB} in funzione della metallicità: Lee, Freedman & Madore (LFM93, cfr. [20]), Ferrarese et al. (Fe00, cfr. [13]) e Bellazzini, Ferraro & Pancino¹² (F00, cfr. [1]) sono calibrazioni empiriche; al contrario, come abbiamo già visto, le due relazioni di Salaris & Cassisi riportate in figura¹³ sono da ritenersi puramente teoriche.

Il valore di M_I^{TRGB} ottenuto per l'ammasso ω Centauri è in accordo con le calibrazioni empiriche qui riportate.

¹¹La distanza di ω Centauri è stata calcolata confrontando le dimensioni lineari e quelle angolari delle due stelle componeneti un sistema binario ad eclisse (vedi Kruszewski & Semeniuk, 1999).

¹²Ottenuta a partire dal database di Ferraro et al. 2000 (cfr. [15]).

¹³L'equazione 5 e la 6 sono ottenute a partire dallo stesso modello teorico ma con diverse stime della correzione bolometrica.

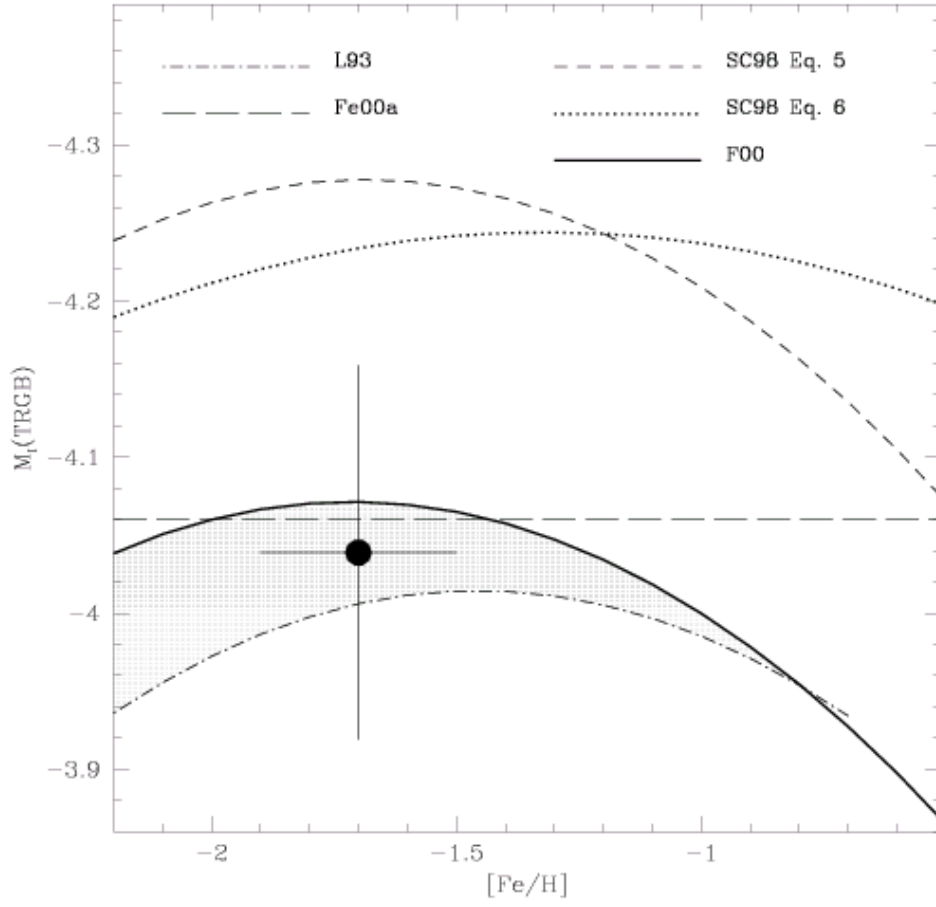


Figura 11: Confronto fra diverse calibrazioni della relazione M_I^{TRGB} -metallicità (vedi testo): la zona in grigio è quella compresa tra le relazioni empiriche. Figura presa da [1].

5 Fonti di errore

5.1 Individuazione del vertice

Naturalmente l'individuazione precisa del vertice del ramo delle giganti rosse sul diagramma colore-magnitudine è un fattore fondamentale nell'applicazione del metodo.

Nei primi, pionieristici lavori, l'individuazione veniva fatta “ad occhio”, il che produceva spesso errori anche grossolani: si pensi, ad esempio, alla contaminazione dell'RGB da parte delle stelle in AGB.

Successivamente, i ricercatori hanno pensato di sfruttare, per l'individuazione del tip, la discontinuità presente nella *funzione di luminosità* in corrispondenza del vertice stesso. È stato allora progettato un algoritmo che evidenziasse questa discontinuità. Questo algoritmo, detto *filtro di Sobel*, è un operatore differenziale che calcola il gradiente della funzione a cui è applicato. In figura 12 si possono vedere le risposte ad alcuni ingressi ideali.

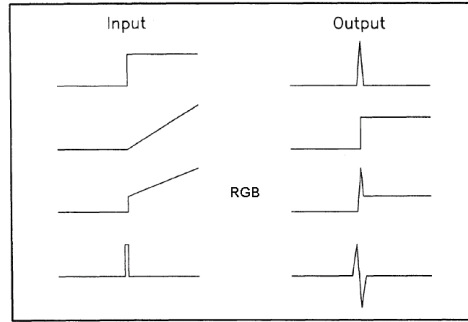


Figura 12: Risposta del filtro di Sobel ad alcuni ingressi ideali. Figura presa dall'articolo di Madore e Freedman (cfr. [24]).

Ci aspettiamo che l'andamento teorico della funzione di luminosità dell'RGB sia simile a quello evidenziato in figura: ci aspettiamo dunque di poter identificare il tip alla luminosità a cui la risposta del filtro è una punta seguita da un plateau. La larghezza della punta rappresenta l'incertezza sull'individuazione del vertice.

5.2 Rapporto Segnale-Rumore

La misura della luminosità apparente delle stelle al TRGB segue il conteggio del numero di fotoni N_T ricevuti dalla stella stessa. Se il rapporto segnale-rumore (*Signal-to-Noise Ratio* o, semplicemente, *SNR*) dipende principalmente dall'errore compiuto nel conteggio di questi fotoni, possiamo esprimerlo nel seguente modo: $SNR_{TRGB} = N_T \sqrt{N_T}$. Mentre per gli

ammassi globulari nella nostra Galassia il problema del rumore nell’osservazione del vertice del ramo delle giganti rosse è praticamente trascurabile, la situazione è ovviamente diversa per l’osservazione di Galassie esterne.

Madore e Freedman (cfr. [24]) hanno evidenziato come un basso valore del rapporto segnale rumore, oltre a rendere più complicata l’individuazione del TRGB¹⁴, introduce un errore sistematico nella luminosità corrispondente L^{TRGB} .

Questi autori hanno creato modelli sintetici di RGB sulla base del diagramma colore-magnitudine dell’ammasso globulare M2 (metallicità $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -1.6$), imponendo che il tip si trovi a $M_I = -4.00$ mag e popolando il ramo con una legge di potenza della forma $\log(N) = 0.6M_I$. Nei vari modelli hanno poi fatto variare alcuni parametri critici, come appunto il rapporto segnale-rumore. Hanno infine ricavato la funzione di luminosità e applicando poi il filtro di Sobel per ricavare il valore della magnitudine al TRGB. I valori ottenuti a differenti SNR sono riportati in figura 13.

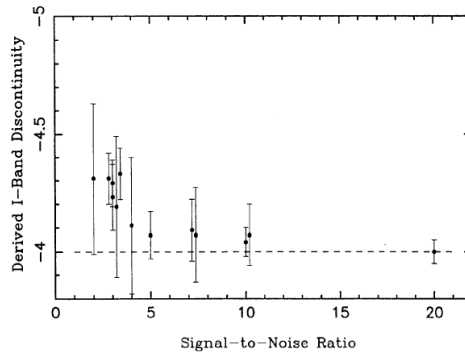


Figura 13: Magnitudine corrispondente alla discontinuità del TRGB, ricavata con il metodo del filtro di Sobel per un ammasso sintetico con il tip posto artificialmente ad $M_I = -4.00$ mag, in funzione del rapporto Segnale-Rumore. Le barre di errore corrispondono alla larghezza di 1σ nel fit gaussiano della risposta del filtro di Sobel. Figura presa da [24].

Come si vede, un rapporto segnale-rumore superiore a 5 garantisce un errore sistematico sulla determinazione del TRGB inferiore a 0.10 mag. Precisiamo che il rapporto segnale rumore dipende dal tempo d’integrazione, perciò questo problema introduce un limite inferiore al tempo d’integrazione di un dato telescopio a seconda della distanza dell’ammasso da osservare.

¹⁴Questo perché la discontinuità nella funzione di luminosità risulta meno netta all’aumentare del rumore.

5.3 Affollamento (o Crowding)

C'è un altro problema osservativo che introduce un'errore sistematico nella posizione a cui viene identificata la discontinuità del TRGB: si tratta dell'*affollamento* (o *crowding*). Stelle caratterizzate da una piccola separazione angolare tra di loro, possono essere non risolte, possono cioè apparire come un unico oggetto celeste, la cui luminosità è data dalla somma delle luminosità delle singole componenti.

Madore e Freedman (cfr. [24]) hanno stimato quanto questo effetto si ripercuota sulla determinazione del TRGB. Analogamente al caso dell'errore dovuto al basso SNR (sezione 5.2), hanno costruito diversi modelli sintetici di RGB con differenti *rate* di affollamento N . Esattamente la procedura consisteva nello scegliere a caso due stelle a meno di 3 mag dal TRGB, eliminare la meno luminosa e aggiungere la sua luminosità a quella più luminosa, iterando poi il processo fino a raggiungere una certa percentuale di stelle $N\%$. Infine, l'applicazione del filtro di Sobel, consentiva di valutare la posizione della discontinuità. I risultati sono riportati in figura 14.

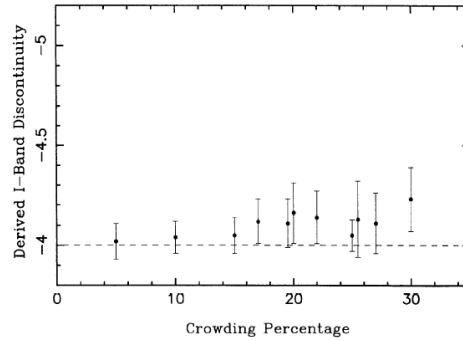


Figura 14: Magnitudine corrispondente alla discontinuità del TRGB, ricavata con il metodo del filtro di Sobel per un ammasso sintetico con il tip posto artificialmente ad $M_I = -4.00$ mag, in funzione della percentuale di affollamento $N\%$. Le barre di errore corrispondono alla larghezza di 1σ nel fit gaussiano della risposta del filtro di Sobel. Figura presa da [24].

Dalla figura si vede che, se la percentuale di stelle multiple tra quelle a meno di 3 mag sotto il TRGB è inferiore al 25%, allora l'errore sistematico su M_I^{TRGB} è inferiore a 0.2 mag, che corrisponde a circa il 10% in distanza. Poiché poi l'affollamento può essere espresso in termini di luminosità superficiale, allora questo criterio pone un limite superiore alla luminosità superficiale degli oggetti in esame (ad una data risoluzione e ad una data distanza).

5.4 Effetti statistici

Una scarsa popolazione stellare in fase di gigante rossa determina un altro tipo di errore sistematico sulla determinazione del TRGB. Poche stelle in RGB significano una bassa probabilità di avere almeno una stella al tip. Di conseguenza, la luminosità osservata L^{TRGB} risulterà più bassa di quella reale.

Rood e Crocker (1997), sulla base di considerazioni statistiche, hanno dato una stima dell'errore sistematico sulla determinazione del TRGB in funzione del numero di stelle N che si trovano nell'intervallo di 2 mag bolometriche sotto al tip:

$$\sigma_{\text{stat}}^2 = \frac{1}{\alpha (N + 1) (N + 2)} \quad (5)$$

dove α vale tipicamente 0.04.

Notiamo che per un numero di stelle maggiore di 50, l'incertezza è minore di 0.1 mag.

Anche Madore e Freedman sono giunti ad un risultato simile, di nuovo sfruttando l'analisi dei modelli sintetici di RGB, modelli nei quali, questa volta, è stato fatto variare il numero di stelle N presenti nell'intervallo di 1 mag sotto al TRGB. I risultati sono riportati in figura 15.

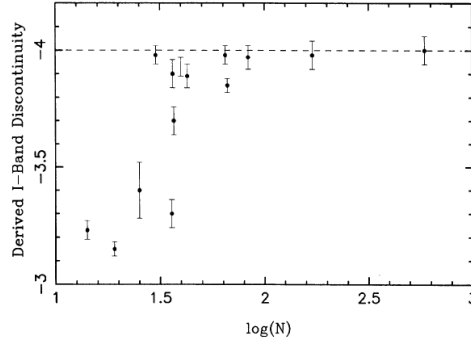


Figura 15: Magnitudine corrispondente alla discontinuità del TRGB, ricavata con il metodo del filtro di Sobel per un ammasso sintetico con il tip posto artificialmente ad $M_I = -4.00$ mag, in funzione del numero di stelle N presenti nell'intervallo di 1 mag sotto al TRGB. Le barre di errore corrispondono alla larghezza di 1σ nel fit gaussiano della risposta del filtro di Sobel. Figura presa da [24].

Come si evince dalla figura, per $N > 50$, l'errore su M_I^{TRGB} è inferiore

a 0.1 mag.

Questo problema è il principale fattore limitante l'applicazione del metodo di distanza basato sul vertice del ramo delle giganti rosse: abbiamo visto (vedi sezione 4.1) che, in linea di principio, questo metodo potrebbe essere applicato a popolazioni stellari di età superiori a circa 2 Gyr, dunque anche agli ammassi aperti della nostra Galassia. In realtà ciò non è possibile proprio a causa della scarsa popolazione di questi tipi di ammassi: le stelle in RGB sono pochissime e, di conseguenza, è altissimo l'errore statistico σ_{stat} corrispondente.

In ogni caso, il problema della popolazione fa sì che esista un limite inferiore alla superficie osservata ad una certa luminosità superficiale (cioè ad un determinato rate di affollamento): se tale area è troppo piccola, troppo scarsa sarà la popolazione di stelle in RGB osservata.

5.5 Contaminazione di campo

La presenza, sulla linea di vista, di stelle non appartenenti all'RGB osservato, può causare l'introduzione di rumore nella funzione di luminosità e rendere dunque più difficile la determinazione del tip. Tipicamente questa "contaminazione" può avvenire in due modi: o a causa di oggetti più lontani o per la presenza di stelle in fasi evolutive diverse da quella di gigante rossa, ma aventi luminosità comparabili (stelle in AGB, supergiganti blu, etc.).

La contaminazione dovuta ad oggetti risolvibili (Galassie di fondo, ammassi globulari, etc.) può essere eliminata facilmente, così come la presenza di stelle supergiganti blu nella popolazione stellare in esame (quest'ultima tramite la discriminazione dei colori). La presenza di quasars non è preoccupante a causa dello scarso contributo che danno sul segnale ricevuto.

Il problema principale sono le stelle in AGB: le stelle in questa fase sono tendenzialmente più luminose delle giganti rosse ad ogni colore e possono distorcere notevolmente la discontinuità del TRGB nella funzione di luminosità. Nella stima delle distanze extragalattiche, si usa allora osservare solo le regioni più esterne delle Galassie in esame: questo limita la popolazione stellare osservata e dunque ci si aspetta una scarsa presenza di stelle in AGB, con la conseguenza di avere una contaminazione trascurabile.

6 Applicazioni e confronto con metodi di distanza alternativi

La determinazione della relazione che lega la magnitudine al vertice del ramo delle giganti rosse e la metallicità consente l'applicazione del metodo. Abbiamo già avuto modo di dire come questo si presti bene alla determi-

nazione della distanza delle Galassie risolte, in particolare a quelle Galassie con popolazioni stellari antiche e povere di metalli, per le quali non sono utilizzabili metodi alternativi come le Cefeidi o le RR Lyrae: ricordiamo che le prime sono spesso assenti nelle Galassie più vecchie, mentre le seconde hanno una luminosità molto inferiore a quella del TRGB (~ 4 mag nella banda I) e sono quindi più difficili da misurare. La conoscenza della distanza delle Galassie vicine è il primo, fondamentale passo per la costruzione di una scala cosmologica di distanze.

Il metodo di lavoro è standard: generalmente, ove possibile, si cerca di lavorare nell’alone delle Galassie osservate (vedi sezione 5.5), dove si è sicuri di trovare una popolazione più antica e con metallicità più bassa; in fotometria VI si ottiene il diagramma colore-magnitudine e la funzione di luminosità. L’applicazione del filtro di Sobel a quest’ultima consente di individuare la magnitudine apparente del tip: I^{TRGB} . Il modulo di distanza si ottiene poi dalla seguente relazione:

$$(m - M)_I = I^{\text{TRGB}} + \text{BC}_I - M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}}$$

dopo aver stimato la correzione bolometrica e la metallicità. Quest’ultima non è misurabile spettroscopicamente a causa dell’eccessiva distanza e dunque va stimata a partire dalla morfologia del ramo delle giganti (vedi sezione 4.2.1).

Lee, Freedman e Madore nel loro articolo del 1993 (LFM93, cfr. [20]), per esempio, hanno utilizzato per la correzione bolometrica la relazione proposta da Da Costa & Armandroff (DA90, cfr. [12]):

$$\text{BC}_I = 0.881 - 0.243 (V - I)_0$$

relazione che, lo ricordiamo, è da ritenersi puramente empirica, in quanto ottenuta dall’integrazione sulle bande spettrali U , B , V , R ed I .

Gli autori hanno poi calibrato una nuova relazione metallicità-colore sulla base dei dati di DA90, per poter misurare la metallicità della popolazione analizzata¹⁵:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -12.64 + 12.6 \left[(V - I)_0^{M_I = -3.5} \right] - 3.3 \left[(V - I)_0^{M_I = -3.5} \right]^2$$

Infine, hanno adottato un metodo iterativo:

1. Hanno fissato un modulo di distanza;
2. Grazie a questa distanza, hanno stimato la metallicità dalla relazione metallicità-colore di cui sopra;

¹⁵Ovviamente nel caso delle Galassie, il range di metallicità è da considerarsi molto più ampio di quello degli ammassi globulari, per cui i valori di $[\text{Fe}/\text{H}]$ ottenuti per questa via sono da considerarsi solo valori medi ed affetti da grossa incertezza.

3. Conoscendo la metallicità (e dunque la magnitudine assoluta al tipo M_I^{TRGB} dalla relazione di calibrazione empirica ottenuta da DA90) hanno poi misurato la distanza con il metodo del TRGB;
4. Hanno poi iterato i precedenti passi fino ad avere coincidenza tra la distanza di cui al punto 1 e quella al punto 3.

a causa della scarsa dipendenza di M_I^{TRGB} dalla metallicità, la convergenza si ha in genere dopo poche iterazioni.

Con questa procedura, hanno misurato la distanza di 10 Galassie, confrontando poi i risultati (ove possibile) con quelli ottenuti dalle Cefeidi e dalle RR Lyrae. Precisiamo che, al contrario delle RR Lyrae, le variabili Cefeidi non si trovano nelle stesse zone galattiche analizzate per l'applicazione del metodo del TRGB (tipicamente, l'alone), per questo motivo non si può assumere per le Cefeidi la metallicità ottenuta dalla morfologia dell'RGB esaminato. Tale metallicità andrà dunque stimata con metodi alternativi. In ogni caso, la scarsa dipendenza della relazione PL delle Cefeidi dalla metallicità (vedi sezione 3.2.1) fa sì che l'incertezza sul loro contenuto in metalli si ripercuota in maniera minima sulla determinazione della distanza. Madore & Freedman (1990, cfr. [23]), per esempio, hanno osservato stelle Cefeidi in zone diverse del disco di Andromeda caratterizzate da una differente metallicità: i moduli di distanza ottenuti da queste analisi non presentavano significative differenze statistiche.

In figura 16 si possono vedere i risultati del confronto fra i tre metodi di distanza di cui sopra.

Le distanze ottenute con questi metodi indipendenti si discostano solo di ~ 0.1 mag, il che ci conferma la validità del metodo qui riportato.

Lo stesso tipo di confronto è stato eseguito anni dopo da Salaris & Cassisi (1998, cfr. [28]), sfruttando la calibrazione teorica della relazione $M_{\text{BOL}}^{\text{TRGB}} - [\text{M}/\text{H}]$ da loro stessi eseguita (vedi sezione 4.2.1), oltre ad una nuova valutazione, anch'essa basata su modelli teorici, della correzione bolometrica BC_I . Così come LFM93, gli autori hanno per prima cosa ricavato una nuova relazione metallicità-colore (di nuovo a partire dai dati di DA90 ma con una stima della distanza diversa, ottenuta da modelli di ramo orizzontale):

$$\begin{aligned}
 [\text{M}/\text{H}] = & - 39.270 + 64.687 \left[(V - I)_0^{M_I = -3.5} \right] - \\
 & - 36.351 \left[(V - I)_0^{M_I = -3.5} \right]^2 + 6.838 \left[(V - I)_0^{M_I = -3.5} \right]^3 \quad (6)
 \end{aligned}$$

utile, come abbiamo visto, per stimare la metallicità globale delle Galassie risolte. In seguito hanno applicato il metodo del TRGB, trovando, per le Galassie osservate, distanze leggermente più grandi (circa 0.11 mag) di

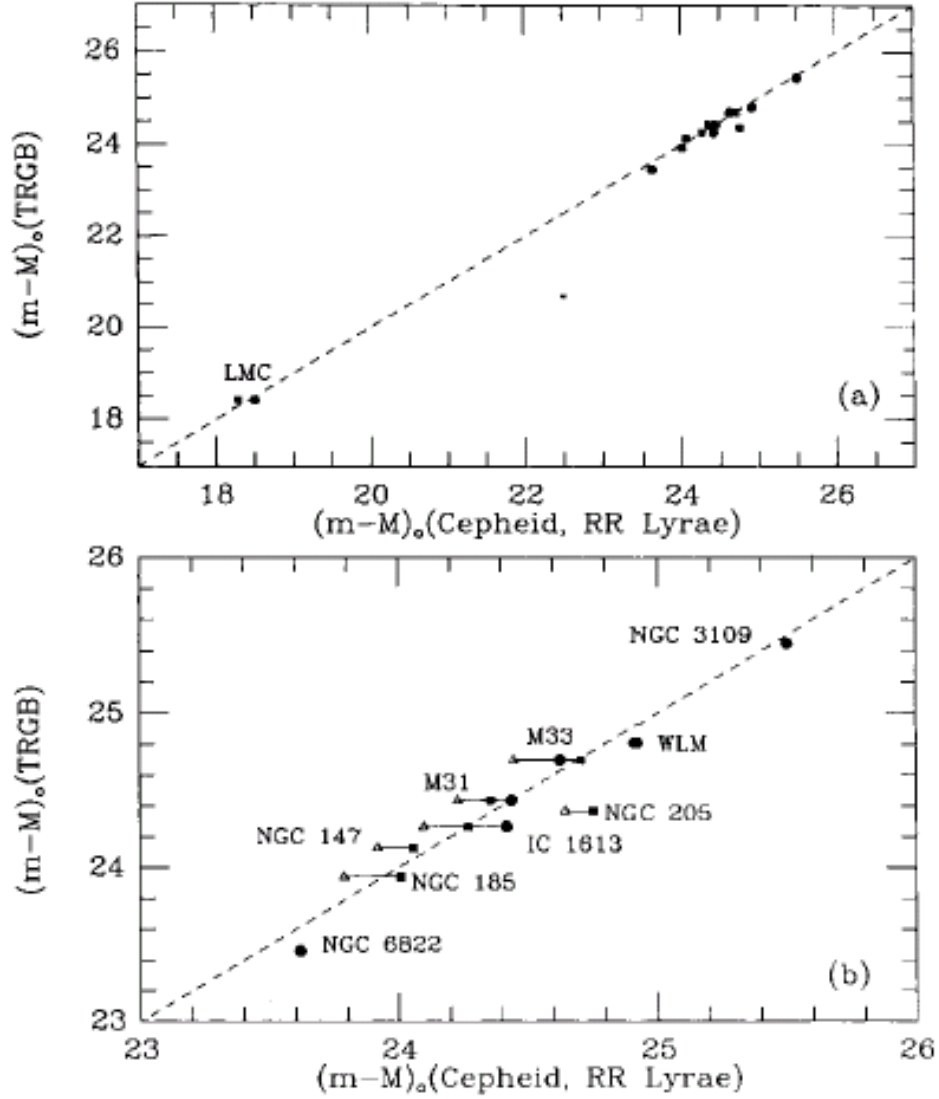


Figura 16: Confronto tra la distanza di Galassie risolte ottenuta con il metodo del TRGB e con le Cefeidi (cerchi) o con le RR Lyrae (triangoli e quadrati). I triangoli rappresentano la distanza ottenuta a partire dalla relazione $M_V(RR) = 0.77$ mag indipendente dalla metallicità. I quadrati, invece, rappresentano la distanza stimata dalla relazione di Lee, Demarque & Zinn (cfr. [21]): $M_V(RR) = 0.17 [\text{Fe}/\text{H}] + 0.82$. Figura presa da [20].

quelle di LFM93. Il loro lavoro ha inoltre confermato il buon accordo tra i tre metodi di distanza: osservando le figure 17 e 18 si possono vedere le differenze tra le distanze ottenute con i metodi indipendenti.

La distanza delle RR Lyrae è stata stimata dai modelli di ZAHB degli stessi Cassisi & Salaris (1997, [9]):

$$M_V(\text{ZAHB}) = 0.921 + 0.329 [M/H] + 0.045 [M/H]^2$$

Questa relazione, applicata agli ammassi globulari, dà distanze in ottimo accordo con quelle ottenute con il metodo del fitting della sequenza principale basato sulle subnane parallassate da Hipparcos. Il confronto tra la distanza di alcune Galassie esterne ottenuta con questo metodo delle RR Lyrae e quello del TRGB è riportato in figura 17.

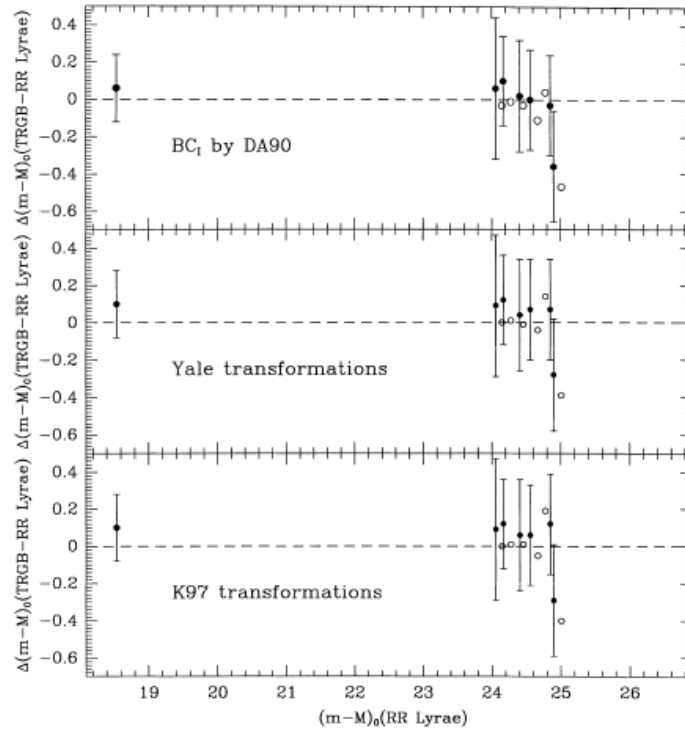


Figura 17: Confronto tra le distanze di alcune Galassie esterne ottenute con il metodo delle RR Lyrae (vedi testo) e con quello del TRGB applicato con tre differenti stime della correzione bolometrica BC_I . I cerchi vuoti rappresentano la distanza ottenuta con le RR Lyrae ma prendendo una metallicità media $[M/H] = -1.5$, mentre i cerchi pieni prendendo la metallicità ottenuta dalla relazione 6. Figura presa da [28].

Usando la correzione bolometrica di DA90, la differenza media tra le due misurazioni è: $(m - M)_{\text{TRGB}} - (m - M)_{\text{RR}} = 0.03 \pm 0.10$ mag quando $[M/H]$ delle RR Lyrae è stimata a partire dalla 6, mentre è $(m - M)_{\text{TRGB}} - (m - M)_{\text{RR}} = -0.01 \pm 0.10$ mag quando si prende, per le RR Lyrae, $[M/H] = -1.5$.

I valori corrispondenti prendendo le BC_I teoriche di Yale o di K97 (Castelli, Gratton e Kurucz, 1997) sono 0.05 ± 0.10 mag e 0.09 ± 0.10 mag.

In figura 18 si può invece vedere il confronto tra la distanza ottenuta con il metodo delle Cefeidi e quella con il metodo del TRGB. Le differenze $(m - M)_{\text{TRGB}} - (m - M)_{\text{Cefeidi}}$ di nuovo dipendono dalla correzione bolometrica scelta e sono rispettivamente: 0.08 ± 0.07 mag, 0.13 ± 0.07 mag e 0.16 ± 0.07 mag.

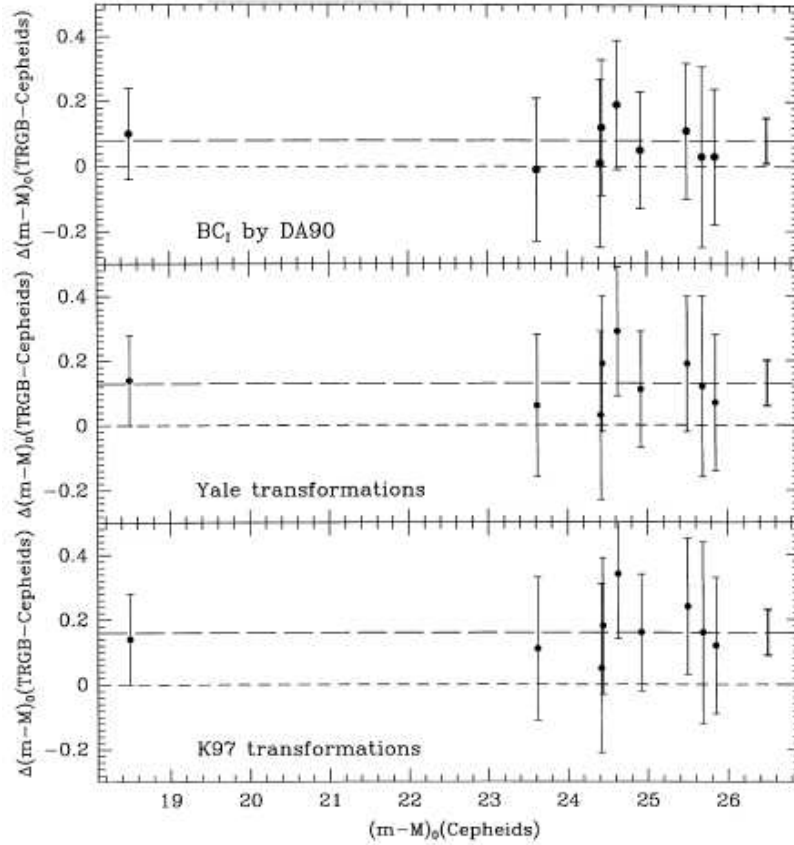


Figura 18: Confronto tra le distanze di alcune Galassie esterne ottenute con il metodo delle Cefeidi e con quello del TRGB applicato con tre differenti stime della correzione bolometrica BC_I . Figura presa da [28].

Nello stesso scritto, gli autori hanno poi usato la loro calibrazione del metodo TRGB per calcolare la distanza del gruppo di Galassie denominato Leo I¹⁶.

La distanza di NGC3379, Galassia componente Leo I, è risultata essere: $(m - M)_0^{\text{NGC3379}} = 30.46 \pm 0.16 \text{ mag}$ ¹⁷. L'errore è dato dalla somma di una serie di incertezze: quella sull'estinzione ($\pm 0.02 \text{ mag}$), quella sulla misura di I^{TRGB} ($\pm 0.05 \text{ mag}$), quella sulla correzione bolometrica BC_I ($\pm 0.02 \text{ mag}$), quella sulla calibrazione teorica ($\pm 0.05 \text{ mag}$) e quella sull'abbondanza di elio Y ($\pm 0.03 \text{ dex}$) e dei metalli $[M/H]$ ($\pm 0.4 \text{ dex}$), essendo quest'ultima la più importante.

¹⁶Si tratta di un ammasso compatto, composto da cinque galassie principali: NGC3351, NGC3368, NGC3377, NGC3379 ed NGC3384.

¹⁷Si tratta di una media tra distanze ottenute con stime della correzione bolometrica e della metallicità indipendenti. Nota bene che, con il metodo delle Cefeidi, la distanza risulta essere $(m - M)_0^{\text{NGC3379}} = 30.36 \pm 0.13 \text{ mag}$, in ottimo accordo con quello del TRGB.

A Indici di metallicità

La scala di metallicità globale $[M/H]$ è definita nel seguente modo, in funzione del contenuto in metalli del Sole:

$$[M/H] \equiv \log (Z/X)_{\star} - \log (Z/X)_{\odot} \approx \log (Z_{\star}) + 1.65$$

$[Fe/H]$ è definito in modo del tutto simile, ed è legato a $[M/H]$ dalla seguente relazione teorica:

$$[M/H] \approx [Fe/H] + \log (0.638 f + 0.362)$$

dove $\log (f) = [\alpha/Fe]$ e α indica l'abbondanza dei cosiddetti “*elementi α* ” ottenuti da fusioni di nuclei di elio (C, O, Ne, ecc).

B Bande spettrali

La radiazione che ci arriva dagli astri viene generalmente analizzata dopo essere stata fatta passare per filtri che limitano l'ampiezza della sua banda di frequenza.

Esistono diversi filtri, ciascuno con una propria curva di sensibilità. Riportiamo nella seguente tabella le caratteristiche delle curve di sensibilità di alcuni dei principali filtri:

Sistema	Filtro	λ_{\max} (nm)	$\Delta\lambda_{1/2}$ (nm)
UBV (Johnson-Morgan)	U	365	70
	B	440	100
	V	550	90
Infrarosso (Johnson)	R	700	220
	I	880	240
	J	1200	380
	K	2200	480
	L	3400	700
	M	5000	1200
	N	10400	5700

dove con λ_{\max} e con $\Delta\lambda_{1/2}$ s'intende rispettivamente la lunghezza d'onda del massimo di trasmissione e la larghezza di banda a metà intensità.

Riferimenti bibliografici

- [1] M. Bellanzini, F. Ferraro, and E. Pancino. *Ap.J.*, 556:635–640, 2001.
- [2] G. Benedict, B. McArthur, L. Fredrick, T. Harrison, C. Slesnick, J. Rhee, R. Patterson, M. Skrutskie, O. Franz, L. Wasserman, W. Jefferys, E. Nelan, W. van Altena, P. Shelus, P. Hemenway, R. Duncombe, D. Story, A. Whipple, and A. Bradley. *A.J.*, 124:1695–1705, 2002.
- [3] R. Buonanno, C. Cacciari, C. Corsi, and F. F. Pecci. *A.&A.*, 230:315–325, 1990.
- [4] C. Cacciari, G. Clementini, and J. Fernley. *Ap.J.*, 396:219–237, 1992.
- [5] V. Caloi, F. D’Antona, and I. Mazzitelli. *A.&A.*, 320:823, 1997.
- [6] F. Caputo, M. Marconi, and I. Musella. *A.&A.*, 354:610–620, 2000.
- [7] E. Carretta and R. Gratton. *A.&A.Supp.*, 121:95, 1997.
- [8] S. Cassisi, V. Castellani, S. Degl’Innocenti, M. Salaris, and A. Weiss. *A.&A.Supp.*, 134:103–113, 1999.
- [9] S. Cassisi and M. Salaris. *M.N.R.A.S.*, 285:593, 1997.
- [10] V. Castellani. *Astrofisica stellare*. Zanichelli, 1985.
- [11] V. Castellani and S. Degl’Innocenti. *A.&A.*, 344:97–100, 1999.
- [12] G. D. Costa and T. Armandroff. *A.J.*, 100(1):162–181, 1990.
- [13] L. Ferrarese, J. Mould, R. Kennicutt, J. Huchra, C. F. Holland, W. Freedman, P. Stetson, B. Madore, S. Sakai, B. Gibson, J. Graham, S. Hughes, G. Illingworth, D. Kelson, L. Macri, K. Sebo, and N. Silberman. *Ap.J.*, 529:745–767, 2000.
- [14] F. Ferraro, M. Messineo, F. F. Pecci, M. D. Palo, O. Straniero, A. Chieffi, and M. Limongi. *A.J.*, 118:1738, 1999.
- [15] F. Ferraro, P. Montegriffo, L. Origlia, and F. F. Pecci. *A.J.*, 119:1282–1295, 2000.
- [16] J. Frogel, J. Cohen, and S. Persson. *Ap.J.*, 275:773–789, 1983.
- [17] M. Harwit. *Astrophysical concepts*. Springer-Verlag, 1988.
- [18] A. Heck and F. Caputo, editors. *Post-Hipparcos cosmic candles*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [19] R. Jones, B. Carney, J. Storm, and D. Latham. *Ap.J.*, 386:646–662, 1992.

- [20] M. Lee, W. Freedman, and B. Madore. *Ap.J.*, 417:553–559, 1993.
- [21] Y.-W. Lee, P. Demarque, and R. Zinn. *Ap.J.*, 350:155–172, 1990.
- [22] B. Madore. *Ap.J.*, 253:575, 1982.
- [23] B. Madore and W. Freedman. *Ap.J.*, 365:186, 1990.
- [24] B. Madore and W. Freedman. *Ap.J.*, 109(4):1645–1652, 1995.
- [25] B. Madore and W. Freedman. *Ap.J.*, 1999.
- [26] D. Mihalas and J. Binney. *Galactic astronomy, structure and kinematics*. W.H. Freeman and company, 1981.
- [27] M. Salaris and S. Cassisi. *M.N.R.A.S.*, 289:406–414, 1997.
- [28] M. Salaris and S. Cassisi. *M.N.R.A.S.*, 298:166–178, 1998.
- [29] A. Sandage. *Ap.J.*, 127:513, 1958.
- [30] A. Sandage. *A.J.*, 106:703–718, 1993.
- [31] A. Walker. *Ap.J.*, 390:L81–L84, 1992.
- [32] R. Zinn. *Ap.J.Supp.Ser.*, 42:19–40, 1980.